УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
М52

Одобрено Научно-редакционным советом корпорации «Российский учебник» под председательством академиков Российской академии наук В. А. Тишкова и В. А. Черешнева

Под редакцией проректора МГУ им. М. В. Ломоносова, доктора физико-математических наук В. Е. Подольского

Мерзляк, А. Г.
М52 Алгебра : 8 класс : учебник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир ; под ред. В. Е. Подольского. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 255, [1] с. : ил. — (Российский учебник).
ISBN 978-5-360-09808-9

Учебник предназначен для изучения алгебры в 8 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к алгебре.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич
Полонский Виталий Борисович, **Якир** Михаил Семёнович

Алгебра

8 класс

Учебник

Редактор *Н. В. Самсонова*. Художественный редактор *Е. В. Чайко*
Макет, внешнее оформление *Е. В. Чайко*
Рисунки *А. И. Крысова*. Компьютерная вёрстка *О. В. Поповой*
Технический редактор *С. А. Толмачева*
Корректоры *О. Ч. Кохановская, А. С. Цибулина*

Подписано в печать 08.05.19. Формат 70×90/16. Гарнитура NewBaskerville
Печать офсетная. Печ. л. 16,0. Тираж 25 000 экз. Заказ №

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5

росучебник.рф/метод

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru
По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь: тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru
Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы: lecta.rosuchebnik.ru, тел.: 8-800-555-46-68
В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков росучебник.рф/метод

ISBN 978-5-360-09808-9

От авторов

Дорогие восьмиклассники!

В этом учебном году вы продолжите изучение алгебры. Надеемся, что вы успели полюбить эту важную и красивую науку, а значит, с интересом будете овладевать новыми знаниями, и этому будет способствовать учебник, который вы держите в руках.

Ознакомьтесь, пожалуйста, с его структурой.

Учебник разделён на три главы, каждая из которых состоит из параграфов. В параграфах изложен теоретический материал. **Жирным** шрифтом напечатаны тексты определений, теорем, математические термины. *Курсивом* напечатаны отдельные слова или предложения, важные для понимания текста.

Обычно изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому параграфу подобраны задачи для самостоятельного решения, к которым мы советуем приступать лишь после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи (особенно те, которые обозначены звёздочкой). Свои знания можно проверить, решая задачи в тестовой форме из рубрики «Проверьте себя».

Каждый параграф завершает особая рубрика, которую мы назвали «Учимся делать нестандартные шаги». В ней собраны задачи, для решения которых нужны не специальные знания по алгебре, а лишь здравый смысл, изобретательность и смекалка. Они помогут вам научиться принимать неожиданные и нестандартные решения не только в математике, но и в жизни.

Если после выполнения домашних заданий останется свободное время и вы захотите узнать больше, то рекомендуем обратиться к рубрике «Когда сделаны уроки». Материал, изложенный в ней, непростой. Но тем интереснее испытать свои силы!

Дерзайте! Желаем успеха!

Условные обозначения

○ Простые задачи

○○ Задачи среднего уровня сложности

✧ Сложные задачи

✵ Задачи высокой сложности

Задачи, которые можно решать с помощью компьютера

◄ Окончание доказательства теоремы, решения задачи

340 Задания, рекомендуемые для домашней работы

310 Задания, рекомендуемые для устной работы

Глава 1. Рациональные выражения

В этой главе вы познакомитесь с дробями, числитель и знаменатель которых — выражения с переменными; научитесь складывать, вычитать, умножать и делить такие дроби; познакомитесь с уравнениями, составленными с помощью этих дробей.

Вы узнаете, с помощью каких правил можно заменить данное уравнение более простым.

Вы расширите свои представления о понятии «степень», научитесь возводить числа в степень с целым отрицательным показателем.

Вы научитесь строить математические модели процессов, в которых увеличение (уменьшение) одной величины в несколько раз приводит к уменьшению (увеличению) другой величины в то же количество раз.

§ 1. Рациональные дроби

Перед изучением этого параграфа рекомендуем повторить содержание п. 1 на с. 228 и п. 6 на с. 230.

В курсе алгебры 7 класса были рассмотрены целые выражения, то есть выражения, которые составлены из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на отличное от нуля число.

Вот примеры целых выражений: $x - y$, $\frac{a+b}{5}$, $m^2 + 2m + n^2$, $\frac{1}{3}x - 4$, $\frac{c}{4} + \frac{d}{7}$, $x : 5$, y, 7.

В 8 классе мы рассмотрим **дробные выражения**.

Дробные выражения отличаются от целых тем, что они *содержат деление на выражение с переменными*.

Приведём примеры дробных выражений: $2x + \frac{a}{b}$, $(x - y) : (x + y)$, $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$, $\frac{5}{x}$.

Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**.

Если в рациональном выражении заменить переменные числами, то получим числовое выражение. Однако *эта замена возможна только тогда, когда она не приводит к делению на нуль*.

Например, выражение $2+\frac{a+2}{a-1}$ при $a = 1$ не имеет смысла, то есть числового значения этого выражения при $a = 1$ не существует. При всех других значениях a это выражение имеет смысл.

Определение

Допустимыми значениями переменных, входящих в рациональное выражение, называют все значения переменных, при которых это выражение имеет смысл.

Например, в рассмотренном выше выражении допустимыми значениями переменной a являются все числа, кроме 1.

Допустимыми значениями переменных, входящих в целое выражение, являются все числа.

Отдельным видом рационального выражения является **рациональная дробь**. Это дробь, числитель и знаменатель которой — многочлены[1]. Так, рациональные выражения

$$\frac{x}{7},\ \frac{x^2-2xy}{x+y},\ \frac{12}{a},\ \frac{a+b}{5}$$

являются примерами рациональных дробей.

Отметим, что рациональная дробь может быть как целым выражением, так и дробным.

Знаменатель рациональной дроби не может быть **нулевым многочленом**, то есть многочленом, тождественно равным нулю.

Допустимыми значениями переменных, входящих в рациональную дробь, являются все те значения переменных, при которых значение знаменателя дроби не равно нулю.

Схема на рисунке 1 иллюстрирует связь между понятиями, которые рассматриваются в этом параграфе.

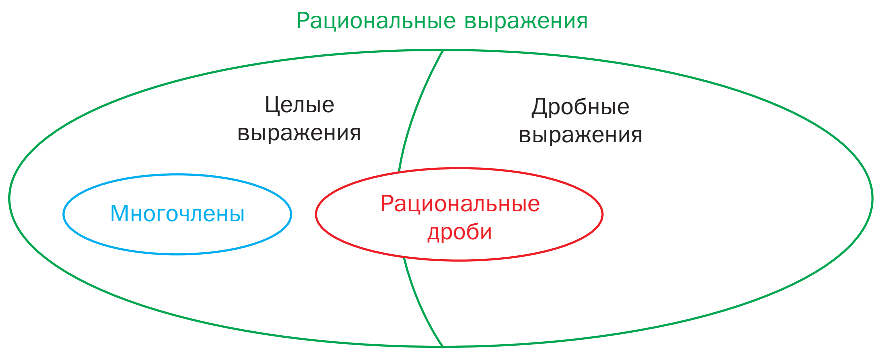
Пример. Найдите допустимые значения переменной, входящей в выражение $\frac{1}{x}+\frac{3}{x-5}$.

Решение. Дробь $\frac{1}{x}$ имеет смысл при всех значениях x, кроме $x = 0$, а дробь $\frac{3}{x-5}$ имеет смысл при всех значениях x, кроме $x = 5$.

Следовательно, искомыми допустимыми значениями переменной являются все числа, отличные от 0 и 5. ◄

[1] Напомним, что числа и одночлены считают отдельными видами многочленов (см. п. 6 на с. 230).

Рис. 1



1. Чем отличаются дробные выражения от целых?
2. Как вместе называют целые и дробные выражения?
3. Какие значения переменных называют допустимыми?
4. Какие дроби называют рациональными?
5. Отдельным видом каких выражений являются рациональные дроби?
6. Какой многочлен не может быть знаменателем рациональной дроби?

Упражнения

1. Какие из выражений $\frac{3a^2}{4b^3}$, $\frac{5x^2}{4}+\frac{x}{7}$, $\frac{8}{6n+1}$, $3a-\frac{b^2}{c^4}$, $\frac{t^2-6t+15}{2t}$, $\frac{x-2}{x+2}$, $\frac{1}{6}m^3n^5$, $(y-4)^3+\frac{1}{y}$, $\frac{m^2-3mn}{18}$ являются:

1) целыми выражениями; 2) дробными выражениями; 3) рациональными дробями?

2. Чему равно значение дроби $\frac{c^2-4c}{2c+1}$, если:

1) $c=-3$; 2) $c=0$?

3. Найдите значение выражения $\frac{2m-n}{3m+2n}$, если:

1) $m=-1$, $n=1$; 2) $m=4$, $n=-5$.

4. Чему равно значение выражения:

1) $\frac{a^2-1}{a-5}$ при $a=-4$; 2) $\frac{x+3}{y}-\frac{y}{x+2}$ при $x=-5$, $y=6$?

5. Найдите допустимые значения переменной, входящей в выражение:

1) $2x - 5$; 4) $\frac{x-5}{9}$; 7) $\frac{5}{x^2-4}$; 10) $\frac{x+4}{x(x-6)}$;

2) $\frac{18}{m}$; 5) $\frac{2+y}{1+y}$; 8) $\frac{5}{|x|-4}$; 11) $\frac{x}{|x|+1}$;

3) $\frac{9}{x-5}$; 6) $\frac{1}{x^2+4}$; 9) $\frac{2}{x-2}+\frac{3x}{x+1}$; 12) $\frac{x^2}{(x-3)(x+5)}$.

6. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $\frac{9}{y}$; 3) $\frac{m-1}{m^2-9}$; 5) $\frac{4}{x-8}+\frac{1}{x-1}$;

2) $\frac{x+7}{x+9}$; 4) $\frac{x}{|x|-3}$; 6) $\frac{2x-3}{(x+2)(x-10)}$?

7. Запишите рациональную дробь, которая содержит переменную x и имеет смысл при всех значениях x, кроме:

1) $x = 7$; 2) $x = -1$; 3) $x = 0$ и $x = 4$.

8. Запишите рациональную дробь, содержащую переменную y, допустимыми значениями которой являются:

1) все числа, кроме 5;
2) все числа, кроме -2 и 0;
3) все числа, кроме 3, -3 и 6;
4) все числа.

9. Автомобиль проехал по шоссе a км со скоростью 75 км/ч и по грунтовой дороге b км со скоростью 40 км/ч. За какое время автомобиль проехал весь путь? Составьте выражение и найдите его значение при $a = 150$, $b = 20$.

10. Ученик купил ручки по 58 р., заплатив за них m р., и по 45 р., заплатив за них n р. Сколько ручек купил ученик? Составьте выражение и найдите его значение при $m = 174$, $n = 180$.

11. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной x значение дроби:

1) $\frac{1}{x^2}$ положительное; 2) $\frac{x^2+1}{6x-9-x^2}$ отрицательное.

12. Докажите, что при всех допустимых значениях переменной x значение дроби:

1) $\frac{-x^2}{x^2+5}$ неположительное; 2) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-2x+1}$ неотрицательное.

13. Известно, что $5x - 15y = 1$. Найдите значение выражения:

1) $x - 3y$; 3) $\frac{18y-6x}{9}$;

2) $\frac{8}{2x-6y}$; 4) $\frac{1}{x^2-6xy+9y^2}$.

14. Известно, что $4a + 8b = 10$. Найдите значение выражения:

1) $2b + a$; 2) $\frac{5}{a + 2b}$; 3) $\frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{2a + 4b}$.

15. Найдите область определения функции:

1) $y = \frac{1}{4 - \frac{4}{x}}$; 2) $y = \frac{1}{x - \frac{1}{x}}$.

16. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

1) $\frac{x}{x - \frac{9}{x}}$; 2) $\frac{10}{2 + \frac{6}{x}}$?

Готовимся к изучению новой темы

17. Сократите дробь:

1) $\frac{5}{15}$; 2) $\frac{12}{18}$; 3) $\frac{27}{45}$; 4) $\frac{30}{48}$.

18. Приведите дробь:

1) $\frac{3}{7}$ к знаменателю 14; 2) $\frac{8}{15}$ к знаменателю 60.

19. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

1) a^5a^3; 2) $(a^5)^3$; 3) $a^5 : a^3$; 4) $(a^8)^4 : (a^2)^8$.

20. Разложите на множители:

1) $6a - 15b$; 5) $a^6 + a^2$;
2) $2a + ab$; 6) $12m^2n - 4mn$;
3) $7am + 7bn$; 7) $2x^2 - 4x^3 + 10x^4$;
4) $4x^2 - 12xy$; 8) $10a^3b^2 - 15a^2b + 25ab^2$.

21. Представьте в виде произведения выражение:

1) $ab - ac + bd - cd$; 3) $a^5 + a^3 + 2a^2 + 2$;
2) $3m + 3n - mx - nx$; 4) $8a^2b - 2a^2 - 4b^2 + b$.

22. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:

1) $a^2 - 8a + 16$; 3) $40xy + 16x^2 + 25y^2$;
2) $9x^2 + 6x + 1$; 4) $a^8 - 4a^4b + 4b^2$.

23. Разложите на множители:

1) $x^2 - 9$; 4) $a^2b^2 - 81$; 7) $c^3 - d^3$;
2) $25 - 4y^2$; 5) $100m^6 - 1$; 8) $a^3 + 8$;
3) $36m^2 - 49n^2$; 6) $a^{10} - b^6$; 9) $27m^6 - n^9$.

24. Разложите на множители:

1) $7a^2 - 7$; 3) $2x^3 - 2xy^2$; 5) $x - 4y + x^2 - 16y^2$;
2) $3b^3 - 3b$; 4) $-8a^5 + 8a^3 - 2a$; 6) $ab^6 - ab^4 - b^6 + b^4$.

25. Какое из равенств является тождеством:
1) $3x^2 - 36xy + 108y^2 = 3(x - 6y)^2$;
2) $4m^3 - 500n^6 = 4(m - 5n)(m^2 - 5mn + 25n^2)$?

Повторите содержание п. 2 на с. 228.

Учимся делать нестандартные шаги

26. Даны два числа: $a = \underbrace{44...4}_{m\text{ цифр}}$, $b = \underbrace{33...3}_{n\text{ цифр}}$. Можно ли подобрать такие m и n, чтобы:
1) число a было делителем числа b;
2) число b было делителем числа a?

§ 2. Основное свойство рациональной дроби

Равенство $3a - 1 + 2a + 5 = 5a + 4$ является тождеством, так как оно выполняется при любых значениях a.

Равенство $\frac{3a - 1 + 2a + 5}{a + 1} = \frac{5a + 4}{a + 1}$ также естественно считать тождеством. Но оно выполняется не при любых значениях a. При $a = -1$ рациональные дроби, входящие в данное равенство, не имеют смысла.

Уточним принятые в 7 классе определение тождественно равных выражений и определение тождества.

Определение

Выражения, соответствующие значения которых равны при любых допустимых значениях входящих в них переменных, называют тождественно равными.

Определение

Равенство, которое выполняется при любых допустимых значениях входящих в него переменных, называют тождеством.

Например, равенство $\frac{a - 2}{a - 2} = 1$ является тождеством, так как оно выполняется при всех допустимых значениях a, то есть при всех a, кроме $a = 2$.

В 7 классе рассматривались тождественные преобразования целых выражений. Теперь рассмотрим тождественные преобразования дробных выражений.

Как вы знаете, основное свойство отношения выражается следующим равенством:

$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$, где a, b и m — некоторые числа, причём $b \neq 0$ и $m \neq 0$.

Рациональные дроби обладают свойством, аналогичным основному свойству отношения.

Если числитель и знаменатель рациональной дроби умножить на один и тот же ненулевой многочлен, то получим дробь, тождественно равную данной.

Это свойство называют **основным свойством рациональной дроби** и записывают:

$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$, где A, B и C — многочлены, причём многочлены B и C ненулевые.

В соответствии с этим свойством выражение $\frac{A \cdot C}{B \cdot C}$ можно заменить тождественно равной ему дробью $\frac{A}{B}$. Такое тождественное преобразование называют **сокращением дроби** на множитель C.

Пример 1. Сократите дробь: 1) $\frac{6a^3b^2}{24a^2b^4}$; 2) $\frac{3x + 15y}{3x}$; 3) $\frac{y^2 + 4y + 4}{y^2 + 2y}$.

Решение. 1) Одночлены $6a^3b^2$ и $24a^2b^4$ имеют общий множитель $6a^2b^2$. Тогда можно записать:

$$\frac{6a^3b^2}{24a^2b^4} = \frac{a \cdot 6a^2b^2}{4b^2 \cdot 6a^2b^2} = \frac{a}{4b^2}.$$

2) Разложим числитель данной дроби на множители:

$$\frac{3x + 15y}{3x} = \frac{3(x + 5y)}{3x}.$$

Следовательно, числитель и знаменатель данной дроби имеют общий множитель 3, сократив на который получаем:

$$\frac{3(x + 5y)}{3x} = \frac{x + 5y}{x}.$$

3) Разложив предварительно числитель и знаменатель данной дроби на множители и сократив на общий множитель $y + 2$, получаем:

$$\frac{y^2 + 4y + 4}{y^2 + 2y} = \frac{(y + 2)^2}{y(y + 2)} = \frac{y + 2}{y}.$$ ◄

Из основного свойства дроби следует, что

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} \text{ и } \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}.$$

Каждую из дробей $\frac{-A}{B}$ и $\frac{A}{-B}$ можно записать в виде выражения $-\frac{A}{B}$, то есть

$$\frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}.$$

Пример 2. Сократите дробь $\frac{4a-20}{5a-a^2}$.

Решение. Имеем:

$$\frac{4a-20}{5a-a^2} = \frac{4(a-5)}{a(5-a)} = \frac{4(a-5)}{-a(a-5)} = -\frac{4}{a}. \blacktriangleleft$$

Пример 3. Приведите:

1) дробь $\frac{a^2}{5bc^3}$ к знаменателю $15ab^3c^5$;

2) дробь $\frac{a}{a+2b}$ к знаменателю a^2-4b^2;

3) дробь $\frac{a-b}{2a-3b}$ к знаменателю $3b-2a$.

Решение. 1) Поскольку $15ab^3c^5 = 5bc^3 \cdot 3ab^2c^2$, то новый знаменатель отличается от знаменателя данной дроби множителем $3ab^2c^2$. Следовательно, числитель и знаменатель данной дроби надо умножить на **дополнительный множитель** $3ab^2c^2$. Имеем:

$$\frac{a^2}{5bc^3} = \frac{a^2 \cdot 3ab^2c^2}{5bc^3 \cdot 3ab^2c^2} = \frac{3a^3b^2c^2}{15ab^3c^5}.$$

2) Запишем: $\frac{a}{a+2b} = \frac{a(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)} = \frac{a^2-2ab}{a^2-4b^2}$.

3) Умножив числитель и знаменатель данной дроби на число -1, получаем:

$$\frac{a-b}{2a-3b} = \frac{(a-b)\cdot(-1)}{(2a-3b)\cdot(-1)} = \frac{b-a}{3b-2a}. \blacktriangleleft$$

Пример 4. Приведите к общему знаменателю дроби:

1) $\frac{2m}{9a^2b^6}$ и $\frac{5n^2}{6a^4b^3}$; 2) $\frac{1}{a+b}$ и $\frac{1}{a-b}$; 3) $\frac{4a^2}{a^2-36}$ и $\frac{6}{a^2+6a}$.

Решение. 1) Можно принять за общий знаменатель данных дробей произведение их знаменателей, равное $54a^6b^9$. Однако удобнее в качестве общего знаменателя взять одночлен $18a^4b^6$, сконструированный таким образом: его коэффициент 18 является наименьшим общим кратным коэффициентов 9 и 6 данных знаменателей, а каждая из переменных a и b взята в степени с наибольшим показателем степени из тех, с которыми она входит в знаменатели данных дробей.

Поскольку $18a^4b^6 = 9a^2b^6 \cdot 2a^2$, то дополнительным множителем для дроби $\frac{2m}{9a^2b^6}$ является одночлен $2a^2$. Учитывая, что $18a^4b^6 = 6a^4b^3 \cdot 3b^3$, получаем, что дополнительным множителем для дроби $\frac{5n^2}{6a^4b^3}$ является одночлен $3b^3$.

Следовательно, $\frac{2m}{9a^2b^6} = \frac{2m \cdot 2a^2}{9a^2b^6 \cdot 2a^2} = \frac{4a^2m}{18a^4b^6}$;

$$\frac{5n^2}{6a^4b^3} = \frac{5n^2 \cdot 3b^3}{6a^4b^3 \cdot 3b^3} = \frac{15b^3n^2}{18a^4b^6}.$$

2) Здесь за общий знаменатель следует принять выражение, равное произведению знаменателей данных дробей. Имеем:

$$\frac{1}{a+b} = \frac{a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a^2-b^2},$$

$$\frac{1}{a-b} = \frac{a+b}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a^2-b^2}.$$

3) Для нахождения общего знаменателя рациональных дробей полезно предварительно разложить их знаменатели на множители:

$$a^2 - 36 = (a+6)(a-6), \qquad a^2 + 6a = a(a+6).$$

Следовательно, общим знаменателем данных дробей может служить выражение $a(a+6)(a-6)$.

Тогда $\frac{4a^2}{a^2-36} = \frac{4a^2}{(a+6)(a-6)}^{\backslash a} = \frac{4a^3}{a(a+6)(a-6)} = \frac{4a^3}{a^3-36a}$;

$$\frac{6}{a^2+6a} = \frac{6}{a(a+6)}^{\backslash a-6} = \frac{6(a-6)}{a(a+6)(a-6)} = \frac{6a-36}{a^3-36a}.$$ ◄

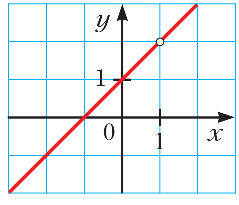
<u>Пример 5.</u> Постройте график функции $y = \frac{x^2-1}{x-1}$.

Решение. Данная функция определена при всех значениях x, кроме 1. Имеем:

$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1$, то есть $y = x+1$, где $x \neq 1$.

Следовательно, искомым графиком являются все точки прямой $y = x + 1$, за исключением одной точки, абсцисса которой равна 1 (рис. 2). ◄

Рис. 2



Пример 6. Для каждого значения a решите уравнение $(a^2 - 9)x = a + 3$.

Решение. Запишем данное уравнение в виде $(a + 3)(a - 3)x = a + 3$ и рассмотрим три случая.

1) $a = 3$.

Тогда получаем уравнение $0x = 6$, которое не имеет корней.

2) $a = -3$.

В этом случае получаем уравнение $0x = 0$, корнем которого является любое число.

3) $a \neq 3$ и $a \neq -3$.

Тогда $x = \dfrac{a+3}{(a+3)(a-3)} = \dfrac{1}{a-3}$.

Ответ: если $a = 3$, то уравнение не имеет корней; если $a = -3$, то корнем является любое число; если $a \neq 3$ и $a \neq -3$, то $x = \dfrac{1}{a-3}$. ◄

1. Какие выражения называют тождественно равными?

2. Что называют тождеством?

3. Сформулируйте основное свойство рациональной дроби.

Упражнения

27. Какому из приведённых выражений тождественно равна дробь $\dfrac{6a^2}{24a}$:

1) $\dfrac{a^2}{4}$; 2) $\dfrac{a}{4}$; 3) $\dfrac{12a^3}{48a}$; 4) $\dfrac{3a^4}{12a^2}$?

28. Является ли тождеством равенство:

1) $\dfrac{3m^2}{7m} = \dfrac{3m}{7}$; 3) $\dfrac{2b}{5c^3} = \dfrac{8b}{20c^5}$;

2) $\dfrac{4x^8}{16x^4} = \dfrac{x^2}{4}$; 4) $\dfrac{8m^2}{9n} = \dfrac{8m^5}{9nm^3}$?

29. Сократите дробь:

1) $\dfrac{14a^3}{21a}$; 3) $\dfrac{5x}{20x}$; 5) $\dfrac{4abc}{16ab^4}$; 7) $\dfrac{-10n^{10}}{5n^4}$;

2) $\dfrac{8b^3c^2}{12bc^3}$; 4) $\dfrac{24x^2y^2}{32xy}$; 6) $\dfrac{56m^5n^7}{42m^5n^{10}}$; 8) $\dfrac{3p^4q^6}{-9p^8q^7}$.

30. Представьте частное в виде дроби и сократите полученную дробь:

1) $6a : (18a^5)$; 2) $16b^7 : (48b^4)$; 3) $35a^8b^6 : (-49a^6b^8)$.

31. Сократите дробь:

1) $\dfrac{3x}{21y}$; 3) $\dfrac{5c^4}{10c^5}$; 5) $\dfrac{16ab^4}{40ab^2}$; 7) $\dfrac{12a^8}{-42a^2}$;

2) $\dfrac{5x^2}{6x}$; 4) $\dfrac{2m^4}{m^3}$; 6) $\dfrac{63x^5y^4}{42x^4y^5}$; 8) $\dfrac{-13a^5b^5}{26a^4b^3}$.

32. Упростите выражение:

1) $\frac{-a}{-b}$; 2) $-\frac{-a}{b}$; 3) $-\frac{a}{-b}$; 4) $-\frac{-a}{-b}$.

33. Восстановите равенства:

1) $\frac{a}{3} = \frac{\quad}{6a} = \frac{\quad}{9a^3} = \frac{\quad}{15b} = \frac{4a^2c^3}{\quad}$;

2) $\frac{m}{n} = \frac{4m}{\quad} = \frac{\quad}{2n^2} = \frac{\quad}{mnp} = \frac{3m^4n^3}{\quad}$.

34. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{b^3}$ к знаменателю b^5;

2) $\frac{m}{9n}$ к знаменателю $27n^4$;

3) $\frac{6}{7x^2y}$ к знаменателю $35x^3y^2$;

4) $\frac{5k}{6p^5}$ к знаменателю $24p^9c$.

35. Приведите дробь:

1) $\frac{x}{y^2}$ к знаменателю y^8;

2) $\frac{a}{3b}$ к знаменателю $6b^3$;

3) $\frac{9}{4m^2n}$ к знаменателю $12m^3n^2$;

4) $\frac{11c}{15d^6}$ к знаменателю $30bd^7$.

36. Сократите дробь:

1) $\frac{a(x+2)}{b(x+2)}$;

2) $\frac{4(a-6)^2}{(a-6)^3}$;

3) $\frac{c^3(c-4)^5}{c^6(c-4)^3}$;

4) $\frac{2a+2b}{7(a+b)}$;

5) $\frac{7x-21y}{5x-15y}$;

6) $\frac{4a-20b}{12ab}$;

7) $\frac{6x+12}{6x}$;

8) $\frac{a-5b}{a^2-5ab}$;

9) $\frac{y^2-25}{10+2y}$;

10) $\frac{a^2+4a+4}{9a+18}$;

11) $\frac{c^2-6c+9}{c^2-9}$;

12) $\frac{m^3+1}{m^2-m+1}$.

37. Сократите дробь:

1) $\frac{a-b}{2(b-a)}$;

2) $\frac{3x-6y}{4y-2x}$;

3) $\frac{m^2-5mn}{15n-3m}$;

4) $\frac{7a^4-a^3b}{b^4-7ab^3}$;

5) $\frac{x^2-25}{5x^2-x^3}$;

6) $\frac{y^2-12y+36}{36-y^2}$.

38. Сократите дробь:

1) $\frac{3m-3n}{7m-7n}$;

2) $\frac{5a+25b}{2a^2+10ab}$;

3) $\frac{4x-16y}{16y}$;

4) $\frac{x^2-49}{6x+42}$;

5) $\frac{12a^2-6a}{3-6a}$;

6) $\frac{9b^2-1}{9b^2+6b+1}$;

7) $\frac{b^5-b^4}{b^5-b^6}$;

8) $\frac{7m^2+7m+7}{m^3-1}$;

9) $\frac{64-x^2}{3x^2-24x}$.

39. Приведите дробь:

1) $\frac{a}{a+2}$ к знаменателю $4a + 8$;

2) $\frac{m}{m-3n}$ к знаменателю $m^2 - 9n^2$;

3) $\frac{x}{2x-y}$ к знаменателю $7y - 14x$;

4) $\frac{5b}{2a+3b}$ к знаменателю $4a^2 + 12ab + 9b^2$;

5) $\frac{x+1}{x^2+x+1}$ к знаменателю $x^3 - 1$.

40. Представьте выражение $x - 5y$ в виде дроби со знаменателем:

1) 2; 2) x; 3) $4y^3$; 4) $x^2 - 25y^2$.

41. Приведите дробь $\frac{6}{b-4}$ к знаменателю:

1) $5b - 20$; 2) $12 - 3b$; 3) $b^2 - 4b$; 4) $b^2 - 16$.

42. Представьте данные дроби в виде дробей с одинаковыми знаменателями:

1) $\frac{1}{8ab}$ и $\frac{1}{2a^3}$;

2) $\frac{3x}{7m^3n^3}$ и $\frac{4y}{3m^2n^4}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}$ и $\frac{2}{a^2-b^2}$;

4) $\frac{3d}{m-n}$ и $\frac{8p}{(m-n)^2}$;

5) $\frac{x}{2x+1}$ и $\frac{x}{3x-2}$;

6) $\frac{a-b}{3a+3b}$ и $\frac{a}{a^2-b^2}$;

7) $\frac{3a}{4a-4}$ и $\frac{2a}{5-5a}$;

8) $\frac{7a}{b-3}$ и $\frac{c}{9-b^2}$.

43. Приведите к общему знаменателю дроби:

1) $\frac{4}{15x^2y^2}$ и $\frac{1}{10x^3y}$;

2) $\frac{c}{6a^4b^5}$ и $\frac{d}{9ab^2}$;

3) $\frac{x}{y-5}$ и $\frac{z}{y^2-25}$;

4) $\frac{m+n}{m^2-mn}$ и $\frac{2m-3n}{m^2-n^2}$;

5) $\frac{x+1}{x^2-xy}$ и $\frac{y-1}{xy-y^2}$;

6) $\frac{6a}{a-2b}$ и $\frac{3a}{a+b}$;

7) $\frac{1+c^2}{c^2-16}$ и $\frac{c}{4-c}$;

8) $\frac{2m+9}{m^2+5m+25}$ и $\frac{m}{m-5}$.

44. Сократите дробь:

1) $\frac{(3a+3b)^2}{a+b}$;

2) $\frac{(6x-18y)^2}{x^2-9y^2}$;

3) $\frac{xy+x-5y-5}{4y+4}$;

4) $\frac{a^2-ab+2b-2a}{a^2-4a+4}$.