российский учебник

А. Г. Мерзляк
Д. А. Номировский
В. Б. Полонский
М. С. Якир

Математика:
алгебра и начала математического анализа, геометрия

Алгебра и начала математического анализа

10 класс

Базовый уровень

Учебное пособие
под редакцией В. Е. Подольского

4-е издание, стереотипное

Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2019

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721
М52

Под редакцией проректора МГУ им. М. В. Ломоносова
доктора физико-математических наук В. Е. Подольского

Мерзляк, А. Г.

М52 Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень : 10 класс : учебное пособие / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский и др. ; под ред. В. Е. Подольского. — 4-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 368 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10623-4

Учебное пособие предназначено для изучения алгебры и начал математического анализа в 10 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к алгебре и началам математического анализа.

Содержание учебного пособия соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования.

УДК 373.167.1:512
ББК 22.141я721

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич, **Номировский** Дмитрий Анатольевич
Полонский Виталий Борисович, **Якир** Михаил Семёнович

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

Алгебра и начала математического анализа

10 класс. Базовый уровень

Учебное пособие

Редакторы *Н. В. Самсонова, И. В. Савельева, Е. В. Буцко*. Макет, внешнее оформление *Е. В. Чайко*. Художник *Ю. А. Белобородова*. Компьютерная вёрстка *О. В. Поповой*
Технический редактор *Л. В. Коновалова*. Корректор *О. Ч. Кохановская*

Подписано в печать 05.02.19. Формат 70×90/16. Гарнитура NewBaskervilleITC
Печать офсетная. Печ. л. 23,0. Тираж 3000 экз. Заказ №

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5

росучебник.рф/метод

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru
По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru
Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
lecta.rosuchebnik.ru, тел.: 8-800-555-46-68
В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков росучебник.рф/метод

ISBN 978-5-360-10623-4

От авторов

Дорогие десятиклассники!

Вы начинаете изучать новый школьный предмет — **алгебру и начала математического анализа**.

Этот предмет необычайно важен. Наверное, нет сегодня такой области науки, в которой не применялись бы достижения этого раздела математики. Физики и химики, астрономы и биологи, географы и экономисты, даже языковеды и историки используют «математический инструмент».

Алгебра и начала математического анализа — полезный и очень интересный предмет, который развивает аналитическое и логическое мышление, исследовательские навыки, математическую культуру, сообразительность. Надеемся, что скоро вы в этом убедитесь, и этому будет способствовать учебник, который вы держите в руках. Ознакомьтесь с его структурой.

Учебник разделён на пять глав, каждая из которых состоит из параграфов. В параграфах изложен теоретический материал. Особое внимание обращайте на текст, выделенный **жирным шрифтом**. Также обращайте внимание на слова, напечатанные *курсивом*.

В этой книге вы познакомитесь с целым рядом важных теорем. К некоторым из них приведены полные доказательства. В тех случаях, когда доказательства выходят за пределы рассматриваемого курса, мы ограничились только формулировками теорем. Как правило, изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому параграфу подобраны задачи для самостоятельного решения, к которым мы советуем приступать только после усвоения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи (особенно из рубрики «Задачи высокой сложности»). Свои знания можно проверить, решая задачи в тестовой форме из рубрики «Проверьте себя».

Если после выполнения домашних заданий остаётся свободное время и вы хотите знать больше, то рекомендуем обратиться к рубрике «Когда сделаны уроки». Материал, изложенный там, непростой. Но тем интереснее испытать свои силы!

Дерзайте! Желаем успеха!

Условные обозначения

○ Простые задачи

○○ Задачи средней сложности

✧ Сложные задачи

✵ Задачи высокой сложности

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

◄ Окончание доказательства теоремы, решения задачи

23.16 Задания, рекомендованные для домашней работы

8.3 Задания, рекомендованные для устной работы

Глава 1. Повторение и расширение сведений о функции

В этой главе вы повторите основные сведения о функции; узнаете, что называют наибольшим и наименьшим значениями функции на множестве, какие функции называют чётными, а какие — нечётными; ознакомитесь со свойствами графиков чётных и нечётных функций; узнаете, какую функцию называют обратимой, какие функции называют взаимно обратными, каково взаимное расположение графиков взаимно обратных функций; повторите, как, используя график функции $y = f(x)$, можно построить графики функций $y = f(x + a)$, $y = f(x) + b$, $y = kf(x)$; узнаете, какое уравнение и какое неравенство называют соответственно следствием другого уравнения и другого неравенства; ознакомитесь с методом интервалов для решения неравенств.

§ 1. Наибольшее и наименьшее значения функции. Чётные и нечётные функции

Перед изучением этого параграфа рекомендуем обновить в памяти содержание п. 17–20 на с. 331–332 и решить упражнения 1.37–1.46.

В 7 классе вы ознакомились с понятием функции и при изучении многих разделов курса алгебры неоднократно обращались к этому понятию. То, что функции отводится столь значимое место, не случайно, ведь функция служит математической моделью многих реальных процессов.

Вы держите в руках учебник «Алгебра и начала математического анализа». В названии появилось новое словосочетание — «начала математического анализа». Что же скрывается за этим названием? Ответ очень прост — математический анализ изучает функции. С этого года вы начинаете знакомство с элементами математического анализа: будете рассматривать новые классы функций, изучать их свойства, овладевать методами исследования функций.

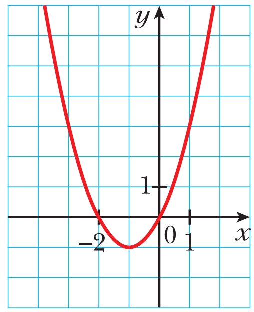
Вам знаком ряд характеристик функции, которые помогают изучать её свойства: *область определения*, *область значений*, *нули*, *промежутки знакопостоянства*, *промежутки возрастания и убывания*.

Например, для функции $y = x^2 + 2x$, график которой изображён на рисунке 1.1, имеем:

- область определения: $D(y) = (-\infty; +\infty)$;
- область значений: $E(y) = [-1; +\infty)$;

- нули: числа -2 и 0;
- промежутки знакопостоянства: функция принимает положительные значения на каждом из промежутков $(-\infty; -2)$ и $(0; +\infty)$, а отрицательные значения — на промежутке $(-2; 0)$;
- промежутки возрастания и убывания: функция убывает на промежутке $(-\infty; -1]$ и возрастает на промежутке $[-1; +\infty)$.

Рис. 1.1



Приведённый выше список далеко не исчерпывает те свойства, которые целесообразно изучать при исследовании функции. Рассмотрим новые понятия, помогающие более полно охарактеризовать функцию.

Определение

Число $f(x_0)$ называют наибольшим значением функции f на множестве $M \subset D(f)$, если существует такое число $x_0 \in M$, что для всех $x \in M$ выполняется неравенство $f(x_0) \geqslant f(x)$.

Обозначают: $\max\limits_{M} f(x) = f(x_0)$.

Определение

Число $f(x_0)$ называют наименьшим значением функции f на множестве $M \subset D(f)$, если существует такое число $x_0 \in M$, что для всех $x \in M$ выполняется неравенство $f(x_0) \leqslant f(x)$.

Обозначают: $\min\limits_{M} f(x) = f(x_0)$.

Рассмотрим несколько примеров.

Для функции $f(x) = \sqrt{x}$ и множества $M = [0; 4]$ (рис. 1.2) имеем: $\min\limits_{[0;4]} \sqrt{x} = f(0) = 0$, $\max\limits_{[0;4]} f(x) = f(4) = 2$.

Для функции $f(x) = |x|$ и множества $M = [-1; 2]$ (рис. 1.3) имеем: $\min\limits_{[-1;2]} f(x) = f(0) = 0$, $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = f(2) = 2$.

Если c — некоторое число и $f(x) = c$ для любого $x \in M$, то число c является и наибольшим, и наименьшим значениями функции f на множестве M.

Не любая функция на заданном множестве $M \subset D(f)$ имеет наименьшее или наибольшее значение. Так, для функции $f(x) = x^2$ имеем: $\min\limits_{\boldsymbol{R}} f(x) = 0$. Наибольшего значения на множестве $\boldsymbol{R}$ эта функция не имеет (рис. 1.4).

Функция $f(x) = \dfrac{1}{x}$ на множестве $M = (0; +\infty)$ не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения (рис. 1.5).

Рис. 1.2

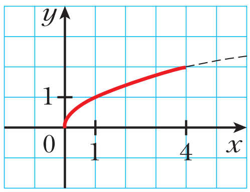


Рис. 1.3

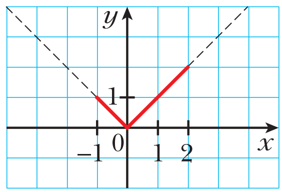


Рис. 1.4

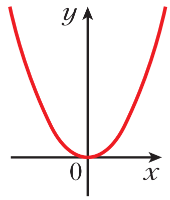
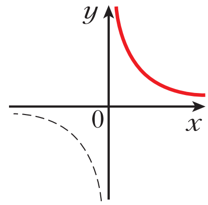


Рис. 1.5



Часто для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции удобно пользоваться такими очевидными фактами:

если функция f возрастает на промежутке $[a; b]$, *то* $\min\limits_{[a;b]} f(x) = f(a)$, $\max\limits_{[a;b]} f(x) = f(b)$ (рис. 1.6);

если функция f убывает на промежутке $[a; b]$, *то* $\min\limits_{[a;b]} f(x) = f(b)$, $\max\limits_{[a;b]} f(x) = f(a)$ (рис. 1.7).

Рис. 1.6

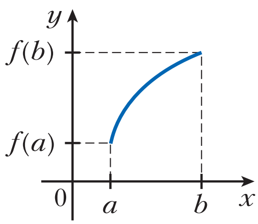
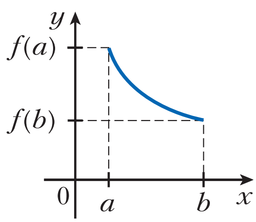


Рис. 1.7



Определение

Функцию f называют чётной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

Определение

Функцию f называют нечётной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

Например, функция $f(x) = x^2$ чётная, а функция $g(x) = x^3$ нечётная. Действительно, $D(f) = \boldsymbol{R}$, $D(g) = \boldsymbol{R}$. Для любого $x \in \boldsymbol{R}$ выполняются равенства $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ и $g(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -g(x)$.

Выполнение равенства $f(-x) = f(x)$ или равенства $f(-x) = -f(x)$ для любого $x \in D(f)$ означает, что область определения функции f является симметричной относительно начала координат, т. е. обладает следующим свойством: если $x_0 \in D(f)$, то $-x_0 \in D(f)$.

Из приведённых определений следует, что если область определения функции не является симметричной относительно начала координат, то эта функция не может быть чётной (нечётной).

Например, областью определения функции $y = \frac{1}{x-1}$ является множество $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$, которое не является симметричным относительно начала координат. Поэтому указанная функция не является ни чётной, ни нечётной.

Пример 1. Докажите, что функция $f(x) = x^3 - x$ является нечётной.

Решение. Поскольку $D(f) = \boldsymbol{R}$, то область определения функции f симметрична относительно начала координат.

Для любого $x \in D(f)$ имеем: $f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -f(x)$.

Следовательно, функция f нечётная. ◄

Пример 2. Исследуйте на чётность функцию $f(x) = \frac{|x-2|}{1+x} + \frac{|x+2|}{1-x}$.

Решение. Имеем: $D(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$. Следовательно, область определения функции f симметрична относительно начала координат.

Для любого $x \in D(f)$ имеем:

$$f(-x) = \frac{|-x-2|}{1+(-x)} + \frac{|-x+2|}{1-(-x)} = \frac{|x+2|}{1-x} + \frac{|x-2|}{1+x} = f(x).$$

Следовательно, функция f чётная. ◄

Теорема 1.1

Ось ординат является осью симметрии графика чётной функции.

Доказательство

Пусть $M(a; b)$ — произвольная точка графика чётной функции. Для доказательства теоремы достаточно показать, что точка $M_1(-a; b)$ также принадлежит её графику.

Если точка $M(a; b)$ принадлежит графику функции f, то $f(a) = b$. Поскольку функция f чётная, то $f(-a) = f(a) = b$. Это значит, что точка $M_1(-a; b)$ также принадлежит графику функции f (рис. 1.8). ◄

Теорема 1.2

Начало координат является центром симметрии графика нечётной функции.

Утверждение теоремы проиллюстрировано на рисунке 1.9.

Рис. 1.8

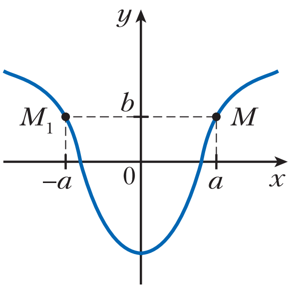
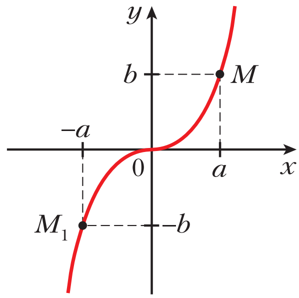


Рис. 1.9



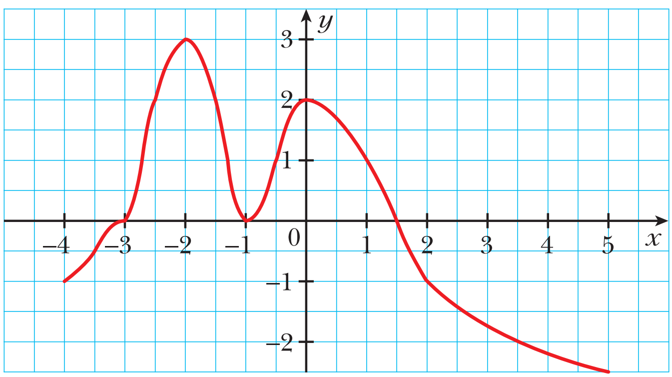
1. Какое число называют наибольшим (наименьшим) значением функции на множестве?
2. Как обозначают наибольшее (наименьшее) значение функции f на множестве M?
3. Какую функцию называют чётной (нечётной)?
4. Каким свойством обладает график чётной (нечётной) функции?

Упражнения

1.1. На рисунке 1.10 изображён график функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-4; 5]$. Пользуясь графиком, найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

1) $[1; 2]$; 2) $[-2{,}5; 1]$; 3) $[-2{,}5; 3{,}5]$.

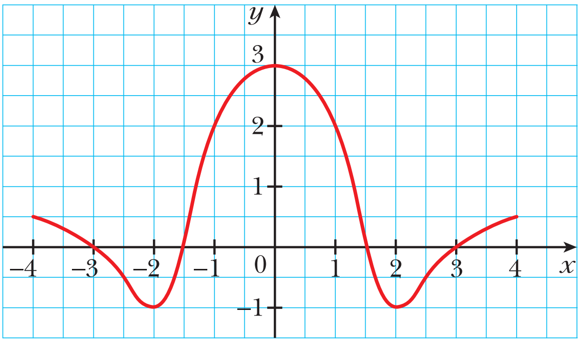
Рис. 1.10



1.2. На рисунке 1.11 изображён график функции $y = g(x)$, определённой на промежутке $[-4; 4]$. Пользуясь графиком, найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

1) $[-3; -2]$; 2) $[-3; -1]$; 3) $[-3; 1]$.

Рис. 1.11



1.3. Известно, что $f(7) = -16$. Найдите $f(-7)$, если функция f является:

1) чётной; 2) нечётной.

1.4. Функция f чётная. Может ли выполняться равенство:

1) $f(2) - f(-2) = 1$; 2) $f(5) \cdot f(-5) = -2$; 3) $\frac{f(1)}{f(-1)} = 0$?

1.5. Функция f чётная. Обязательно ли выполняется равенство $\frac{f(1)}{f(-1)} = 1$?

1.6. Функция f нечётная. Может ли выполняться равенство:

1) $f(1) + f(-1) = 1$; 2) $f(2) \cdot f(-2) = 3$; 3) $\frac{f(-2)}{f(2)} = 0$?

1.7. Является ли чётной функция, заданная формулой $y = x^2$, если её область определения — множество:

1) $[-9; 9]$; 2) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; 3) $[-6; 6)$; 4) $(-\infty; 4]$?

1.8. На промежутке $[2; 5]$ найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1) $f(x) = -\frac{10}{x}$; 2) $f(x) = \frac{20}{x}$.

1.9. Найдите:

1) $\max\limits_{[1;2]}(-x^2 + 6x)$; 2) $\min\limits_{[1;4]}(-x^2 + 6x)$; 3) $\max\limits_{[4;5]}(-x^2 + 6x)$.

1.10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + 2x - 8$ на промежутке:

1) $[-5; -2]$; 2) $[-5; 1]$; 3) $[0; 3]$.

1.11. Докажите, что является чётной функция:

1) $f(x) = -5x^4$;
2) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-4}$;
3) $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{4+x}$;
4) $f(x) = \dfrac{x^3}{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}$.

1.12. Докажите, что является чётной функция:

1) $f(x) = x^6$;
2) $f(x) = -3x^2 + |x| - 1$;
3) $f(x) = \sqrt{5-x^2}$;
4) $f(x) = \dfrac{|5x-2| + |5x+2|}{x^2-1}$.

1.13. Докажите, что является нечётной функция:

1) $f(x) = 4x^7$;
2) $f(x) = 2x - 3x^5$;
3) $f(x) = x|x|$;
4) $f(x) = (5-x)^5 - (5+x)^5$;
5) $g(x) = \sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}$;
6) $g(x) = \dfrac{3x+2}{x^2-x+1} + \dfrac{3x-2}{x^2+x+1}$.

1.14. Докажите, что является нечётной функция:

1) $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$;
2) $f(x) = (x^3+x)(x^4-x^2)$;
3) $g(x) = \dfrac{|x|}{x}$;
4) $g(x) = \dfrac{|4x-1| - |4x+1|}{x^4-1}$.

1.15. Исследуйте на чётность функцию:

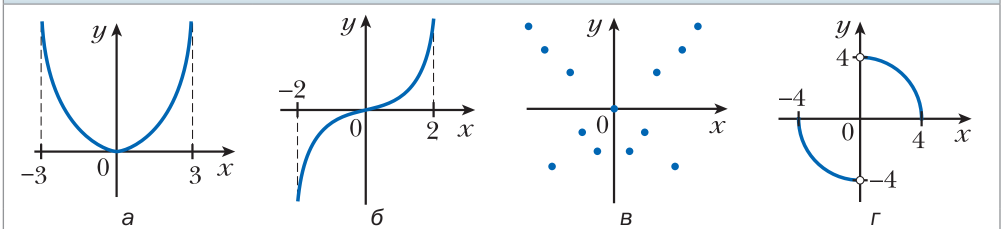
1) $f(x) = \dfrac{x}{x}$;
2) $f(x) = \dfrac{x-1}{x-1}$;
3) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2-1}$;
4) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$;
5) $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$;
6) $f(x) = \dfrac{x^3-x^2}{x^3-x}$.

1.16. Исследуйте на чётность функцию:

1) $f(x) = x^2 + 2x - 4$;
2) $f(x) = \dfrac{6x^3}{x^2-9}$;
3) $f(x) = \dfrac{1}{1-x} + \dfrac{1}{1+x}$;
4) $f(x) = \dfrac{x^2+6x}{2x+12}$.

1.17. Чётной или нечётной является функция, график которой изображён на рисунке 1.12?

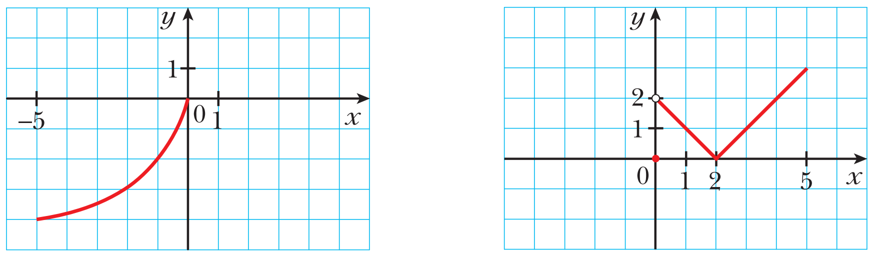
Рис. 1.12



1.18. На рисунке 1.13 изображена часть графика функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-5; 5]$. Достройте график этой функции, если она является:

1) чётной; 2) нечётной.

Рис. 1.13



а б

1.19. Ломаная $ABCD$, где $A\,(0; 0)$, $B\,(2; -2)$, $C\,(3; 4)$, $D\,(6; 1)$, является частью графика функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $[-6; 6]$. Постройте график этой функции, если она является:

1) чётной; 2) нечётной.

1.20. О функции f, определённой на множестве $\boldsymbol{R}$, известно, что $f(x) = x^2 - 4x$ при $x \geqslant 0$. Постройте график этой функции, если она является:

1) чётной; 2) нечётной.

1.21. О функции f, определённой на множестве $\boldsymbol{R}$, известно, что $f(x) = -0{,}5x^2$ при $0 \leqslant x \leqslant 2$ и $f(x) = -\dfrac{4}{x}$ при $x > 2$. Постройте график этой функции, если она является:

1) чётной; 2) нечётной.

1.22. При каких значениях c наибольшее значение[1] функции $y = -0{,}6x^2 + 18x + c$ равно 2?

1.23. При каких значениях c наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 12x + c$ равно -3?

1.24. Сумма двух чисел равна 8. Найдите:

1) какое наибольшее значение может принимать произведение этих чисел;

2) какое наименьшее значение может принимать сумма квадратов этих чисел.

[1] Если не указано множество, то наибольшее и наименьшее значения функции f ищут на $D\,(f)$.

1.25. Участок земли прямоугольной формы огородили забором длиной 200 м. Какую наибольшую площадь может иметь этот участок?

1.26. Нечётная функция f такова, что $0 \in D(f)$. Найдите $f(0)$.

1.27. Чётная функция f имеет 7 нулей. Найдите $f(0)$.

1.28. Область определения функции f симметрична относительно начала координат. Докажите, что функция $g(x) = f(x) + f(-x)$ чётная, а функция $h(x) = f(x) - f(-x)$ нечётная.

1.29. Областью определения чётных функций f и g является множество M. Исследуйте на чётность функцию:

1) $y = f(x) + g(x)$; 2) $y = f(x) - g(x)$; 3) $y = f(x) \cdot g(x)$.

1.30. Областью определения чётной функции f и нечётной функции g является множество M. Исследуйте на чётность функцию:

1) $y = f(x) + g(x)$; 2) $y = f(x) - g(x)$; 3) $y = f(x) \cdot g(x)$.

1.31. Областью определения нечётных функций f и g является множество M. Исследуйте на чётность функцию:

1) $y = f(x) + g(x)$; 2) $y = f(x) - g(x)$; 3) $y = f(x) \cdot g(x)$.

1.32. Существует ли функция, определённая на множестве $\boldsymbol{R}$, которая одновременно является:

1) нечётной и возрастающей;
2) нечётной и убывающей;
3) чётной и возрастающей?

1.33. Чётная функция f, определённая на множестве $\boldsymbol{R}$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$. Определите, возрастает или убывает функция f на промежутке $(-\infty; 0]$.

1.34. Нечётная функция f, определённая на множестве $\boldsymbol{R}$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$. Определите, возрастает или убывает функция f на промежутке $(-\infty; 0]$.

1.35. Функция f является чётной и $\min\limits_{[1;\,3]} f(x) = 2$, $\max\limits_{[1;\,3]} f(x) = 5$. Найдите $\min\limits_{[-3;\,-1]} f(x)$, $\max\limits_{[-3;\,-1]} f(x)$.

1.36. Функция f является нечётной и $\min\limits_{[2;\,5]} f(x) = 1$, $\max\limits_{[2;\,5]} f(x) = 3$. Найдите $\min\limits_{[-5;\,-2]} f(x)$, $\max\limits_{[-5;\,-2]} f(x)$.

Упражнения для повторения

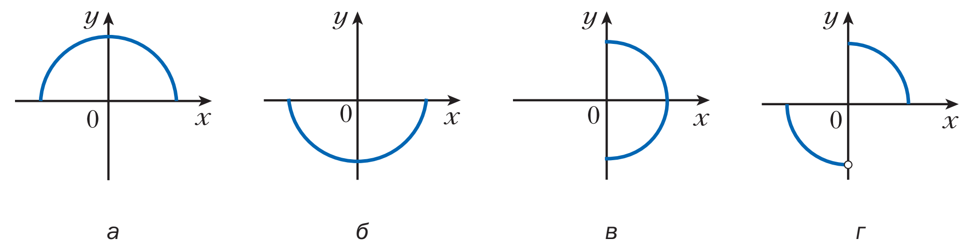
1.37. Функция задана формулой $f(x) = -3x^2 + 2x$.

1) Найдите: $f(1)$; $f(0)$; $f\left(\frac{1}{3}\right)$; $f(-2)$.

2) Найдите значения аргумента, при которых значение функции f равно: 0; –1; –56.

1.38. Укажите на рисунке 1.14 фигуру, которая не может служить графиком функции.

Рис. 1.14



1.39. Найдите область определения функции:

1) $f(x) = \dfrac{9}{x+4}$;

2) $f(x) = \dfrac{x-6}{4}$;

3) $f(x) = \sqrt{x-7}$;

4) $f(x) = \dfrac{10}{\sqrt{-x-1}}$;

5) $f(x) = \sqrt{x^2+6x-7}$;

6) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-5x}$;

7) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$;

8) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{12+4x-x^2}}$;

9) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}$;

10) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{-x}$.

1.40. Найдите нули функции:

1) $f(x) = 0{,}4x - 8$;

2) $g(x) = 28 + 3x - x^2$;

3) $h(x) = \sqrt{x+4}$;

4) $\varphi(x) = \dfrac{x^2+x-30}{x+5}$;

5) $f(x) = x^3 - 9x$;

6) $g(x) = x^2 + 4$.

1.41. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

1) $y = -7x + 3$;

2) $y = x^2 - 8x + 16$;

3) $y = \dfrac{6}{4-x}$;

4) $y = -x^2 - 1$;

5) $y = 3x^2 - 7x + 4$;

6) $y = -2x^2 + 3x - 1$.

1.42. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 2$;

2) $f(x) = 7 - x^2$;

3) $f(x) = -6$;

4) $f(x) = |x| - 3$;

5) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$;

6) $f(x) = x^2 + 4x + 8$.

1.43. Верно ли утверждение:

1) каждая прямая, параллельная оси ординат, пересекает график любой функции в одной точке;

2) прямая, параллельная оси абсцисс, может не пересекать график функции;

3) прямая, параллельная оси ординат, не может пересекать график функции более чем в одной точке?

1.44. Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, \text{ если } x \leqslant 0, \\ x^2 - 2x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$

Пользуясь построенным графиком, укажите нули функции, её промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и промежутки убывания.

1.45. При каком наименьшем целом значении m функция $y = 7mx + 6 - 20x$ является возрастающей?

1.46. При каких значениях b функция $y = 3x^2 - bx + 1$ возрастает на множестве $[3; +\infty)$?

Готовимся к изучению новой темы

1.47. График какой функции получим, если график функции $y = x^2$ параллельно перенесём:

1) на 5 единиц вверх;

2) на 8 единиц вправо;

3) на 10 единиц вниз;

4) на 6 единиц влево.

1.48. Постройте график функции $y = x^2$. Используя этот график, постройте график функции:

1) $y = x^2 - 2$; 2) $y = (x + 3)^2$; 3) $y = (x - 3)^2 + 1$.

1.49. Постройте график функции $y = \sqrt{x}$. Используя этот график, постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x} - 3$; 2) $y = \sqrt{x - 3}$; 3) $y = \sqrt{x - 2} + 1$.

1.50. Постройте график функции:

1) $y = 0{,}5\sqrt{x}$; 2) $y = -2\sqrt{x - 2}$.

1.51. Решите графически уравнение:

1) $2\sqrt{x} = 3 - x$; 2) $\dfrac{2}{x - 2} = x - 3$.

Повторите содержание п. 25 на с. 334.