УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
М52

Под редакцией проректора МГУ им. М. В. Ломоносова,
доктора физико-математических наук В. Е. Подольского

Мерзляк, А. Г.

М52 Математика. Геометрия. 11 класс : базовый уровень : учебное пособие / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский, М. С. Якир ; под ред. В. Е. Подольского. — 2-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 207, [1] с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10856-6

Учебное пособие предназначено для изучения геометрии в 11 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к геометрии.

Учебное пособие соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич, **Номировский** Дмитрий Анатольевич
Полонский Владимир Борисович, **Якир** Михаил Семёнович

Математика
Геометрия

11 класс. Базовый уровень

Учебное пособие

Редактор *И. В. Савельева.* Внешнее оформление *К. С. Стеблева.* Художник *Ю. А. Белобородова*
Фотографии: «Фотобанк Лори», Shutterstock/FOTODOM, www.gazprom.ru
Художественный редактор *Н. А. Морозова.* Компьютерная вёрстка *О. В. Поповой*
Технический редактор *Е. А. Урвачёва.* Корректор *Е. Е. Никулина*

Подписано в печать 05.02.19. Формат 70×90/16. Гарнитура NewBaskerville
Печать офсетная. Печ. л. 17,5. Тираж 3000 экз. Заказ №

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5

росучебник.рф/метод

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
можно отправлять по электронному адресу: expert@rosuchebnik.ru
По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru
Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
lecta.rosuchebnik.ru, тел.: 8-800-555-46-68
В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков росучебник.рф/метод

ISBN 978-5-360-10856-6

От авторов

В этом учебном году вы завершаете изучение школьного курса стереометрии. Надеемся, что вы успели полюбить эту важную и красивую науку, а значит, с интересом будете овладевать новыми знаниями, и этому будет способствовать учебник, который вы держите в руках.

Ознакомьтесь с его структурой.

Учебник разделён на три главы, каждая из которых состоит из параграфов. В них изложен теоретический материал; самые важные сведения выделены **жирным шрифтом** и *курсивом*.

Как правило, изложение теоретического материала завершается примерами решения задач. Эти записи можно рассматривать как один из возможных образцов оформления решения.

К каждому параграфу подобраны задачи для самостоятельного решения, к которым мы советуем приступать после изучения теоретического материала. Среди заданий есть как простые и средние по сложности упражнения, так и трудные задачи.

Если после выполнения домашних заданий остаётся свободное время и вы хотите узнать больше, то рекомендуем обратиться к рубрике «Когда сделаны уроки». Материал, изложенный в ней, не простой. Но тем интереснее испытать свои силы!

Дерзайте! Желаем успеха!

Условные обозначения

○ Простые задачи

○○ Задачи средней сложности

✧ Сложные задачи

✵ Задачи высокой сложности

Ключевые задачи, результат которых можно использовать при решении других задач

◄ Окончание доказательства теоремы или решения задачи

9.15 Задания, рекомендуемые для домашней работы

3.11 Задания, рекомендуемые для устной работы

Глава 1. Координаты и векторы в пространстве

В этой главе вы ознакомитесь с прямоугольной системой координат в пространстве, научитесь находить координаты точек в пространстве, длину отрезка и координаты его середины.

Вы обобщите и расширите свои знания о векторах.

§ 1. Декартовы координаты точки в пространстве

В предыдущих классах вы ознакомились с прямоугольной (декартовой) системой координат на плоскости — это две перпендикулярные координатные прямые с общим началом отсчёта (рис. 1.1).

Систему координат можно ввести и в пространстве.

Прямоугольной (декартовой) системой координат в пространстве называют три попарно перпендикулярные координатные прямые с общим началом отсчёта (рис. 1.2). Точку, в которой пересекаются три координатные прямые, обозначают буквой O. Её называют **началом координат**. Координатные прямые обозначим буквами x, y и z, их соответственно называют **осью абсцисс**, **осью ординат**, **осью аппликат**.

Рис. 1.1

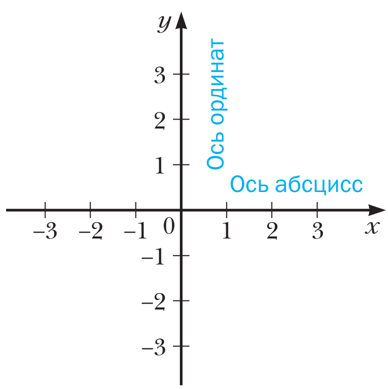
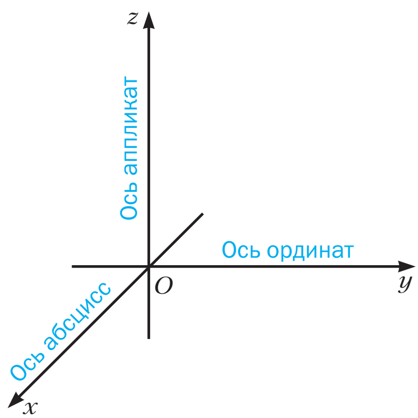
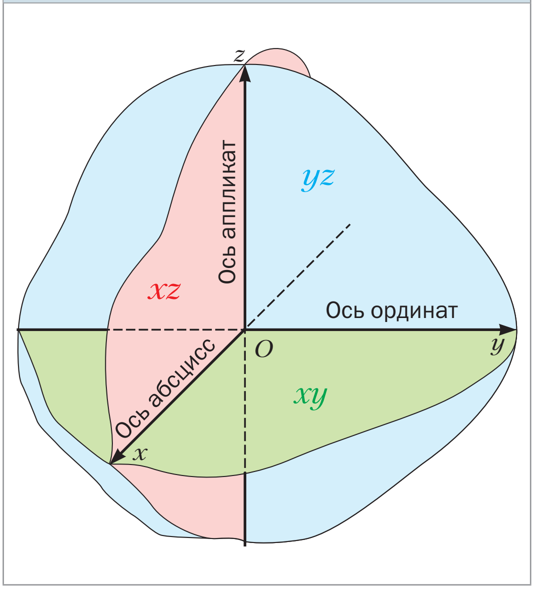


Рис. 1.2



Плоскости, проходящие через пары координатных прямых x и y, x и z, y и z, называют **координатными плоскостями**, их соответственно обозначают xy, xz и yz (рис. 1.3).

Рис. 1.3



Пространство, в котором задана система координат, называют **координатным пространством**. Если оси координат обозначены буквами x, y и z, то координатное пространство обозначают xyz.

Из курса планиметрии вы знаете, что каждой точке M координатной плоскости xy ставится в соответствие упорядоченная пара чисел $(x; y)$, которые называют координатами точки M. Записывают: $M (x; y)$.

Аналогично каждой точке M координатного пространства ставится в соответствие упорядоченная тройка чисел $(x; y; z)$, определяемая следующим образом. Проведём через точку M три плоскости α, β и γ перпендикулярно осям x, y и z соответственно. Точки пересечения этих плоскостей с координатными осями обозначим M_x, M_y и M_z (рис. 1.4). Координату точки M_x на оси x называют **абсциссой** точки M и обозначают буквой x. Координату точки M_y на оси y называют **ординатой** точки M и обозначают буквой y. Координату точки M_z на оси z называют **аппликатой** точки M и обозначают буквой z.

Полученную таким образом упорядоченную тройку чисел $(x; y; z)$ называют **координатами точки** M в пространстве. Записывают: $M (x; y; z)$.

Если точка принадлежит координатной плоскости или координатной оси, то некоторые её координаты равны нулю. Например, точка $A (x; y; 0)$ принадлежит координатной плоскости xy, а точка $B (0; 0; z)$ принадлежит оси аппликат.

Теорема 1.1

Расстояние между двумя точками $A (x_1; y_1; z_1)$ и $B (x_2; y_2; z_2)$ можно найти по формуле

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Доказательство

Прямая AB не может быть параллельна сразу трём координатным прямым.

Пусть прямая AB не параллельна оси z (случаи, когда прямая AB не параллельна осям x и y, рассматривают аналогично).

Спроектируем точки A и B на координатную плоскость xy. Получим точки A_1 и B_1 (рис. 1.5). Очевидно, что абсцисса и ордината точки A соответственно равны абсциссе и ординате точки A_1. Таким же свойством обладают точки B и B_1. Из курса планиметрии вы знаете, что $A_1B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Рис. 1.4

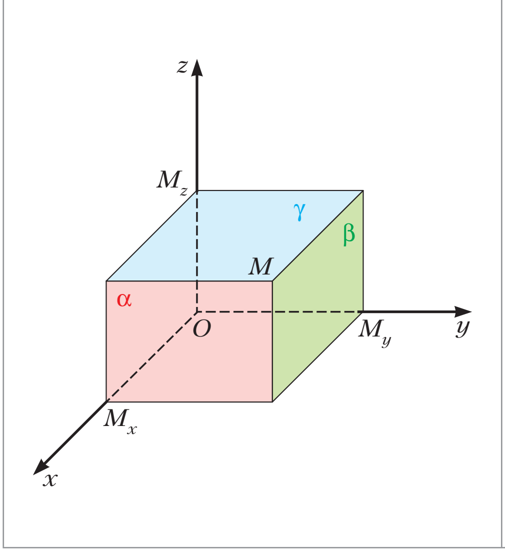
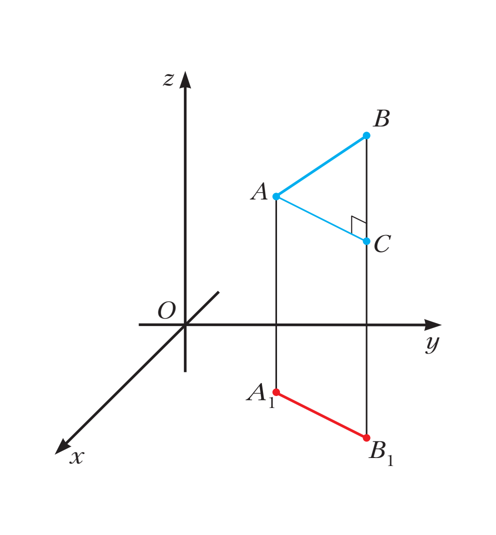


Рис. 1.5



Если отрезок AB параллелен координатной плоскости xy или ей принадлежит, то аппликаты точек A и B равны, т. е. $z_1 = z_2$, и $AB = A_1B_1$. Имеем:

$$AB = A_1B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + 0} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Следовательно, для рассматриваемого случая теорема доказана.

Пусть отрезок AB не параллелен координатной плоскости xy и ей не принадлежит. В трапеции ABB_1A_1 проведём высоту AC (см. рис. 1.5). Очевидно, что $BC = |z_2 - z_1|$. Из прямоугольного треугольника ABC получаем:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{A_1B_1^2 + BC^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \blacktriangleleft$$

Теорема 1.2

Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

Доказательство

Достаточно доказать, что точка $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}; \frac{z_1+z_2}{2}\right)$ является серединой отрезка с концами $A\ (x_1; y_1; z_1)$ и $B\ (x_2; y_2; z_2)$.

Имеем: $AM = \sqrt{\left(\frac{x_1+x_2}{2} - x_1\right)^2 + \left(\frac{y_1+y_2}{2} - y_1\right)^2 + \left(\frac{z_1+z_2}{2} - z_1\right)^2} =$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2} = \frac{1}{2}AB;$

$MB = \sqrt{\left(x_2 - \frac{x_1+x_2}{2}\right)^2 + \left(y_2 - \frac{y_1+y_2}{2}\right)^2 + \left(z_2 - \frac{z_1+z_2}{2}\right)^2} =$

$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2} = \frac{1}{2}AB.$

Итак, мы получили, что $AB = AM + MB$ и $AM = MB$. Следовательно, точка M — середина отрезка AB. ◂

1. Как называют три попарно перпендикулярные координатные прямые с общим началом отсчёта?
2. Как называют точку, в которой пересекаются три координатные прямые?
3. Как называют координатную прямую, обозначенную буквой x; буквой y; буквой z?
4. Как называют плоскость, проходящую через пару координатных прямых?
5. Как называют пространство, в котором задана система координат?
6. Опишите, каким образом каждой точке M координатного пространства ставится в соответствие упорядоченная тройка чисел $(x; y; z)$.
7. Как найти расстояние между двумя точками, если известны их координаты?
8. Как найти координаты середины отрезка, если известны координаты его концов?

Упражнения

1.1. Определите, лежит ли данная точка на координатной оси, и в случае утвердительного ответа укажите эту ось:

1) A (4; –3; 0); 3) C (–6; 0; 0); 5) E (0; 0; –2);
2) B (1; 0; –5); 4) D (0; 7; 0); 6) F (3; 0; 0).

1.2. Определите, принадлежит ли данная точка координатной плоскости, и в случае утвердительного ответа укажите эту плоскость:

1) A (4; –3; 5); 3) C (3; 3; 0); 5) E (0; 4; 0);
2) B (0; –2; 6); 4) D (2; 0; 8); 6) F (–1; 1; 2).

1.3. Какие из точек A (5; –8; 1), B (5; 8; 1), C (–5; 7; 1), D (5; –7; –1) лежат на одной прямой, параллельной оси ординат?

1.4. Какие из точек D (2; 3; 4), E (–2; 3; 4), N (2; 3; –4), M (–2; –3; 4) лежат на одной прямой, параллельной оси аппликат?

1.5. Какие из точек A (–1; 6; 2), B (–1; –6; 2), C (1; 6; –2), D (1; –6; 2) лежат в одной плоскости, параллельной плоскости xz?

1.6. Какие из точек M (5; 10; –3), N (5; 9; 3), K (4; –9; 3), P (4; –9; 2) лежат в одной плоскости, параллельной плоскости xy?

1.7. Укажите расстояние от точки M (4; –5; 2) до координатной плоскости:

1) xy; 2) xz; 3) yz.

1.8. Укажите координаты проекции точки M (–3; 2; 4) на координатную плоскость:

1) xz; 2) yz; 3) xy.

1.9. Куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ расположен в прямоугольной системе координат так, как показано на рисунке 1.6. Точка A имеет координаты (1; –1; 0). Найдите координаты остальных вершин куба.

1.10. Боковые рёбра прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллельны оси аппликат (рис. 1.7), $AD = 3$, $AB = 5$, $AA_1 = 8$. Начало координат, точка O, является серединой ребра DD_1. Найдите координаты вершин параллелепипеда.

Рис. 1.6

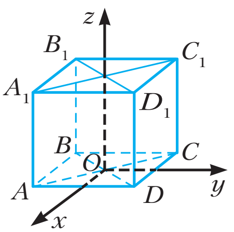
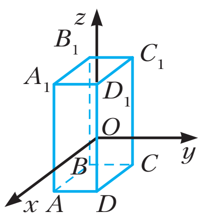


Рис. 1.7



1.11. Найдите расстояние между точками A и B, если:

1) A (3; –4; 2), B (5; –6; 1); 2) A (–2; 3; 1), B (–3; 2; 0).

1.12. Найдите расстояние между точками C (6; –5; –1) и D (8; –7; 1).

1.13. Точки A (3; –2; 6) и C (–1; 2; –4) являются вершинами квадрата $ABCD$. Найдите площадь этого квадрата.

1.14. Точки A (5; –5; 4) и B (8; –3; 3) являются вершинами равностороннего треугольника ABC. Найдите периметр этого треугольника.

1.15. Найдите координаты середины отрезка CD, если C (–2; 6; –7), D (4; –10; –3).

1.16. Найдите координаты середины отрезка EF, если E (3; –3; 10), F (1; –4; –8).

1.17. Точки P (7; 11; –9) и K (8; –6; –1) симметричны относительно точки C. Найдите координаты точки C.

1.18. Точка S – середина отрезка AD, A (–1; –2; –3), S (5; –1; 0). Найдите координаты точки D.

1.19. Точки A и B симметричны относительно точки M, причём B (1; 3; –5), M (9; 0; –4). Найдите координаты точки A.

1.20. Каковы координаты точки, симметричной точке K (9; –8; 3) относительно:

1) начала координат; 2) плоскости xy; 3) плоскости yz?

1.21. Каковы координаты точки, симметричной точке C (–3; 4; –12) относительно плоскости xz?

1.22. Найдите расстояние от точки M (–3; 4; 9) до оси аппликат.

1.23. Найдите расстояние от точки K (12; 10; –5) до оси ординат.

1.24. Расстояние между точками A (1; y; 3) и B (3; –6; 5) равно $2\sqrt{6}$. Найдите значение y.

1.25. Точка A принадлежит оси абсцисс. Расстояние от точки A до точки C (1; –1; –2) равно 3. Найдите координаты точки A.

1.26. Найдите точку, принадлежащую оси ординат и равноудалённую от точек A (2; 3; 1) и B (4; 1; –5).

1.27. Найдите точку, принадлежащую оси абсцисс и равноудалённую от точки A (–1; 2; 4) и плоскости yz.

1.28. Найдите точку, принадлежащую оси аппликат и равноудалённую от начала координат и точки M (3; –6; 9).

1.29. Точка C (–4; 3; 2) – середина отрезка AB, точка A принадлежит плоскости xz, точка B – оси y. Найдите координаты точек A и B.

1.30. На отрезке AB отметили точки C и D, делящие его на три равные части, точка C лежит между точками A и D. Найдите координаты точки B, если A (–14; 5; –8), D (7; –7; 2).

1.31. Найдите координаты вершины D параллелограмма $ABCD$, если A (1; –2; 2), B (2; 6; 1), C (–1; –1; 3).

1.32. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках A (–2; 3; –1), B (–2; 7; –6), C (–1; 7; –6) и D (–1; 3; –1) является прямоугольником.

1.33. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках A (4; 2; 10), B (10; –2; 8), C (4; –4; 4) и D (–2; 0; 6) является ромбом.

1.34. Найдите точку, принадлежащую плоскости yz и равноудалённую от точек A (2; 1; –3), B (3; 2; –2) и C (4; –3; –1).

1.35. Найдите точку, расстояние от которой до плоскости xy равно 2 и равноудалённую от точек A (1; 0; 0), B (0; 1; 0) и C (0; 0; 1).

1.36. Точки D (–1; 2; 4), E (5; –2; 1), F (3; –3; 5) являются серединами сторон некоторого треугольника. Найдите вершины этого треугольника.

1.37. Известны координаты четырёх вершин параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$: A (2; –1; 1), B (1; 3; 4), D (6; 0; 1), A_1 (4; 2; 0). Найдите координаты остальных вершин параллелепипеда.

Упражнения для повторения

1.38. Основания равнобокой трапеции равны 13 см и 37 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.

1.39. По разные стороны от центра окружности проведены две параллельные хорды длиной 16 см и 10 см. Найдите радиус окружности, если расстояние между хордами равно 9 см.

1.40. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Найдите боковое ребро призмы, если площадь её боковой поверхности равна 120 см^2.

§ 2. Векторы в пространстве

В курсе планиметрии вы изучали векторы на плоскости. Мы приступаем к изучению векторов в пространстве. Многие понятия и свойства, связанные с векторами на плоскости, можно почти дословно отнести к векторам в пространстве. Доказательства такого рода утверждений о векторах в пространстве совершенно аналогичны доказательствам соответствующих утверждений о векторах на плоскости. В таких случаях мы ограничимся формулировками утверждений, не приводя их доказательств. При этом свойства векторов в пространстве, которые не имеют аналогов на плоскости, будем изучать подробно.

Рассмотрим отрезок AB. Если мы договоримся точку A считать **началом** отрезка, а точку B – его **концом**, то такой отрезок будет характеризоваться не только длиной, но и направлением от точки A к точке B.

Если указано, какая точка является началом отрезка, а какая точка – его концом, то такой отрезок называют **направленным отрезком** или **вектором**.

Вектор с началом в точке A и концом в точке B обозначают так: $\overrightarrow{AB}$ (читают: «вектор AB»).

На рисунке 2.1 изображены векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$.

В отличие от отрезка, у которого концы – различные точки, у вектора начало и конец могут совпадать.

Договорились вектор, у которого начало и конец – одна и та же точка, называть **нулевым вектором** или **нуль-вектором** и обозначать $\vec{0}$.

Модулем вектора $\overrightarrow{AB}$ называют длину отрезка AB. Обозначают: $|\overrightarrow{AB}|$. Модуль вектора $\vec{a}$ обозначают так: $|\vec{a}|$. Модуль нулевого вектора считают равным нулю. Пишут: $|\vec{0}| = 0$.

Определение

Два ненулевых вектора называют коллинеарными, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой. Нулевой вектор считают коллинеарным любому вектору.

На рисунке 2.2 изображена четырёхугольная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Векторы $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$ являются коллинеарными. Пишут: $\overrightarrow{AO} \parallel \overrightarrow{A_1C_1}$.

Рис. 2.1

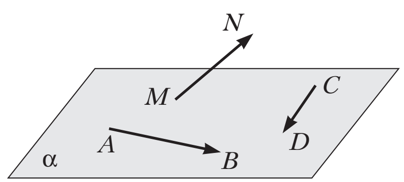
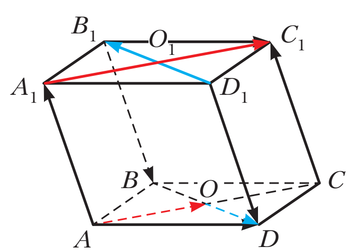


Рис. 2.2



Ненулевые коллинеарные векторы бывают **сонаправленными** и **противоположно направленными**. Например, на рисунке 2.2 векторы $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$ сонаправлены. Пишут: $\overrightarrow{AO} \uparrow\uparrow \overrightarrow{A_1C_1}$. Векторы $\overrightarrow{OD}$ и $\overrightarrow{D_1B_1}$ противоположно направлены. Пишут: $\overrightarrow{OD} \uparrow\downarrow \overrightarrow{D_1B_1}$.

Считают, что нулевой вектор не имеет направления.

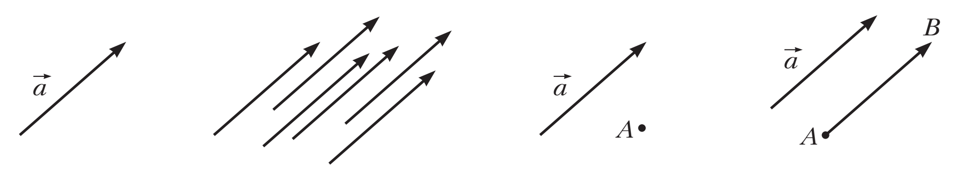
Определение

Два ненулевых вектора называют равными, если их модули равны и они сонаправлены. Любые два нулевых вектора равны.

На рисунке 2.2 $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{B_1B} = \overrightarrow{D_1D}$, $\overrightarrow{O_1C_1} = \overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B_1C_1}$.

Часто, говоря о векторах, мы не конкретизируем, какая точка является началом вектора. Так, на рисунке 2.3, *а* изображён вектор $\vec{a}$. На рисунке 2.3, *б* изображены векторы, равные вектору $\vec{a}$. Каждый из них тоже принято называть вектором $\vec{a}$. На рисунке 2.3, *в* изображены вектор $\vec{a}$ и точка A. Если построить вектор $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ **отложен от точки** A (рис. 2.3, *г*).

Рис. 2.3



а — б — в — г

Определение

Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называют компланарными, если равные им векторы, имеющие общее начало, принадлежат одной плоскости.

Легко установить (сделайте это самостоятельно), что справедливы следующие утверждения: если из трёх данных векторов найдутся два коллинеарных вектора, то эти три вектора являются компланарными; если векторы компланарны, то все они параллельны некоторой плоскости.

На рисунке 2.4 изображён параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Векторы $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$ компланарны. Действительно, вектор $\overrightarrow{A_1B_1}$ равен вектору $\overrightarrow{AB}$, а векторы $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AB}$ имеют общее начало и лежат в одной плоскости.

Векторы $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{CC_1}$ некомпланарны (см. рис. 2.4). Покажем это. Вектор $\overrightarrow{AA_1}$ равен вектору $\overrightarrow{CC_1}$. Векторы $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$, имея общее начало — точку A, не лежат в одной плоскости.

Рассмотрим в координатном пространстве вектор $\vec{a}$. От начала координат отложим вектор $\overrightarrow{OA}$, равный вектору $\vec{a}$ (рис. 2.5). **Координатами вектора** $\vec{a}$ называют координаты точки A. Запись $\vec{a}$ $(x; y; z)$ означает, что вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(x; y; z)$.

Рис. 2.4

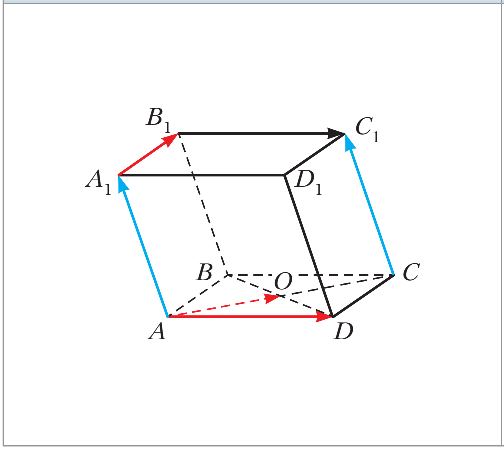
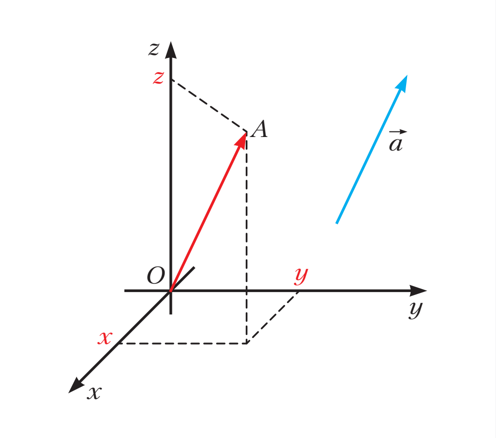


Рис. 2.5



Равные векторы имеют соответствующие равные координаты, и наоборот, *если соответствующие координаты векторов равны, то равны и сами векторы.*

Теорема 2.1

Если точки A $(x_1; y_1; z_1)$ и B $(x_2; y_2; z_2)$ — соответственно начало и конец вектора $\vec{a}$, то числа $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$ и $z_2 - z_1$ равны соответственно первой, второй и третьей координатам вектора $\vec{a}$.

Из формулы расстояния между двумя точками следует, что ***если вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(a_1; a_2; a_3)$, то***

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

Пусть в пространстве заданы некоторая фигура F и вектор $\vec{a}$ (рис. 2.6). Каждой точке X фигуры F поставим в соответствие точку X_1 такую, что $\overrightarrow{XX_1} = \vec{a}$. В результате такого преобразования фигуры F получим фигуру F_1 (см. рис. 2.6). Такое преобразование фигуры F называют **параллельным переносом** на вектор $\vec{a}$.

Рис. 2.6

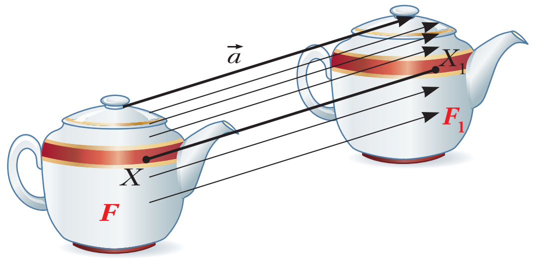
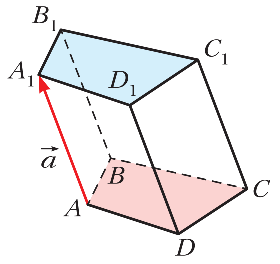


Рис. 2.7



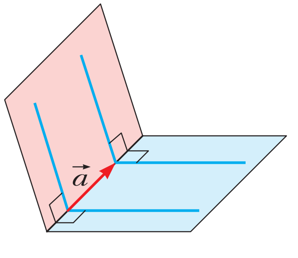
Например, основание $A_1B_1C_1D_1$ призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является образом основания $ABCD$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$ (рис. 2.7).

Из двух любых линейных углов двугранного угла один угол является образом другого угла при параллельном переносе (рис. 2.8).

Параллельный перенос является движением.

Если фигура F_1 – образ фигуры F при параллельном переносе, то $F_1 = F$.

Рис. 2.8



1. Как обозначают вектор с началом в точке A и концом в точке B?
2. Какой вектор называют нулевым?
3. Что называют модулем вектора?
4. Какие векторы называют коллинеарными?

5. Как обозначают сонаправленные векторы; противоположно направленные векторы?
6. Какие два ненулевых вектора называют равными?
7. Какие векторы называют компланарными?
8. Поясните, что называют координатами данного вектора.
9. Что можно сказать о координатах равных векторов?
10. Что можно сказать о векторах, соответствующие координаты которых равны?
11. Как найти координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?
12. Как найти модуль вектора, если известны его координаты?
13. Какое преобразование фигуры F называют параллельным переносом на вектор $\vec{a}$?

Упражнения

2.1. На рисунке 2.9 изображена правильная призма $ABCA_1B_1C_1$. Равны ли векторы:

1) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$; 3) $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{C_1C}$;

2) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$; 4) $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{AA_1}$?

2.2. Могут ли быть равными векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$?

2.3. Точки E и F — середины соответственно рёбер AA_1 и AD прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 2.10), $AB \neq AD$. Укажите векторы с началом и концом в вершинах параллелепипеда, которые:

1) сонаправлены с вектором $\overrightarrow{EF}$;

2) противоположно направлены с вектором $\overrightarrow{AB_1}$;

3) имеют равные модули с вектором $\overrightarrow{BC_1}$.

Рис. 2.9

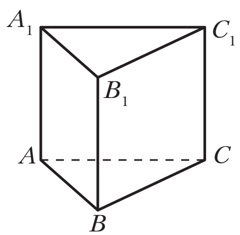


Рис. 2.10