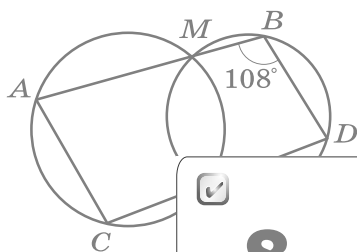


А. Г. Мерзляк  
В. Б. Полонский  
Е. М. Рабинович  
М. С. Якир

# Геометрия

Дидактические материалы



 **8 класс**

3-е издание, стереотипное



Пособие для учащихся  
общеобразовательных организаций



Москва  
Издательский центр  
«Вентана-Граф»  
2020

УДК 373.167.1:514  
ББК 22.151я72  
М52

**Мерзляк, А.Г.**

**М52** Геометрия : дидактические материалы : 8 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11420-8

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используются в комплекте с учебником «Геометрия. 8 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514  
ББК 22.151я72

**РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК**

*Учебное издание*

**Мерзляк** Аркадий Григорьевич, **Полонский** Виталий Борисович  
**Рабинович** Ефим Михайлович, **Якир** Михаил Семёнович

## **Геометрия**

Дидактические материалы. 8 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций

Редактор *Е.В. Буцко*. Художественный редактор *М.В. Новоторцев*  
Макет *Д.Э. Буланкина*. Внешнее оформление *М.В. Новоторцева*  
Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*. Технический редактор  
*Е.А. Урвачева*. Корректоры *О.Ч. Кохановская, Г.Л. Петушкова*

Подписано в печать 26.06.19. Формат 60×84/16. Гарнитура SchoolBookC  
Печать офсетная. Печ. л. 7,0. Тираж 12 000 экз. Заказ №

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5



[росучебник.рф/метод](#)

**Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги** можно отправлять по электронному адресу: [expert@rosuchebnik.ru](mailto:expert@rosuchebnik.ru)  
**По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:**  
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: [sales@rosuchebnik.ru](mailto:sales@rosuchebnik.ru)

**Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:**  
[lesta.rosuchebnik.ru](http://lesta.rosuchebnik.ru), тел.: 8-800-555-46-68

**В помощь учителю и ученику:** регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков [росучебник.рф/метод](#)

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,  
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2014

ISBN 978-5-360-11420-8

© Издательский центр «Вентана-Граф», 2014

### От авторов

Данное пособие входит в учебно-методический комплект с учебником «Геометрия. 8 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира.

Раздел «Упражнения» состоит из трёх однотипных вариантов по 277 задач в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для составления самостоятельных проверочных работ. Наличие к каждому типу задач ещё двух аналогичных заданий (по вариантам) позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Вторая часть пособия содержит примерные контрольные работы.

# Упражнения

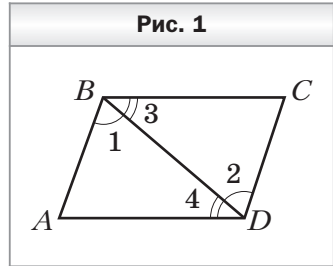
## Вариант 1

### Четырёхугольник и его элементы

- Для четырёхугольника  $ABCD$  запишите:
  - 1) вершины, соседние с вершиной  $A$ ;
  - 2) вершину, противоположную вершине  $B$ ;
  - 3) стороны, соседние со стороной  $CD$ ;
  - 4) сторону, противоположную стороне  $BC$ ;
  - 5) диагонали четырёхугольника.
- Чему равен четвёртый угол четырёхугольника, если три его угла соответственно равны  $59^\circ$ ,  $138^\circ$  и  $152^\circ$ ?
- В четырёхугольнике  $ABCD$  угол  $D$  равен  $100^\circ$ , а угол  $A$  на  $23^\circ$  больше угла  $B$  и в 3 раза меньше угла  $C$ . Найдите неизвестные углы четырёхугольника.
- Найдите углы четырёхугольника, если они пропорциональны числам:
  - 1) 3, 4, 8 и 9;
  - 2) 2, 3, 4 и 11.Является ли этот четырёхугольник выпуклым?
- В четырёхугольнике  $ABCD$   $AB = AD$ , а диагональ  $AC$  образует с этими сторонами равные углы. Найдите сторону  $BC$ , если  $CD = 9$  см.
- В четырёхугольнике  $ABCD$   $AB = CD$ ,  $BC = AD$ . Найдите  $\angle ABC$ , если  $\angle ADC = 132^\circ$ .
- В четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны, а диагональ  $BD$  образует со сторонами  $BA$  и  $BC$  равные углы. Докажите, что  $AD = DC$ .
- Диагональ четырёхугольника равна 8 см, а периметры треугольников, на которые эта диагональ разбивает данный четырёхугольник, равны 30 см и 23 см. Найдите периметр четырёхугольника.
- Существует ли четырёхугольник, стороны которого равны 5 см, 8 см, 10 см и 24 см?
- Существует ли четырёхугольник, периметр которого равен 46 см, а диагонали равны:
  - 1) 23 см и 24 см;
  - 2) 10 см и 12 см?

**Параллелограмм. Свойства параллелограмма**

11. В четырёхугольнике  $ABCD$  (рис. 1)  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.



12. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см больше другой.

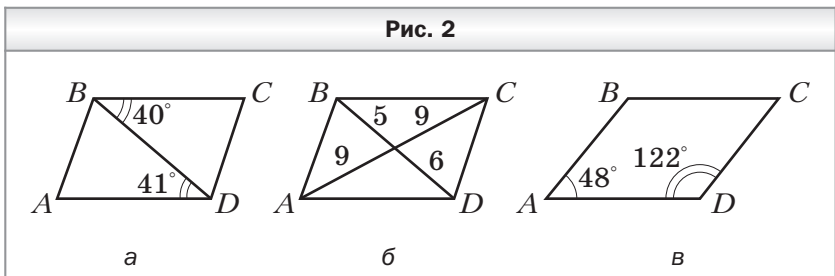
13. Периметр параллелограмма равен 126 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 5.

14. Найдите углы параллелограмма, если:

- 1) один из его углов равен  $46^\circ$ ;
- 2) сумма двух его углов равна  $186^\circ$ ;
- 3) один из его углов на  $56^\circ$  больше другого;
- 4) один из его углов в 3 раза меньше другого;
- 5) два его угла относятся как 5 : 7.

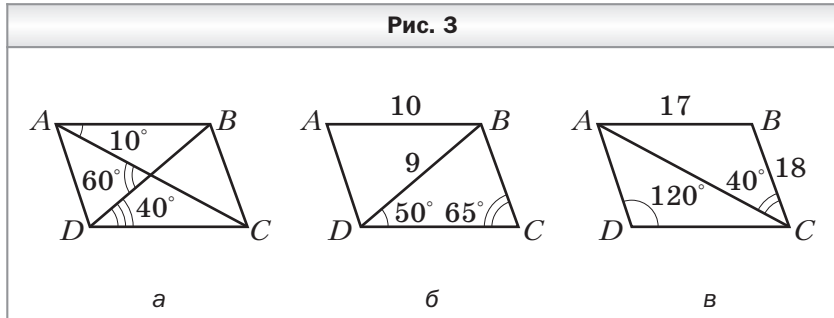
15. Даны два параллелограмма  $ABCD$  и  $KMNP$ . Могут ли одновременно выполняться неравенства:  $\angle A > \angle K$  и  $\angle B > \angle M$ ?

16. На рисунке 2 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).



17. Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите разность периметров треугольников  $COD$  и  $AOD$ , если  $AB = 7$  см,  $BC = 4$  см.

18. На рисунке 3 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неправильно (длины отрезков даны в сантиметрах).



19. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите сторону  $AB$  параллелограмма, если  $OA = 8$  см и  $\angle ABO = 30^\circ$ .
20. В параллелограмме  $ABCD$  известно, что  $AB = 7$  см,  $AD = 12$  см. Биссектриса угла  $A$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$ . Найдите отрезки  $BE$  и  $EC$ .
21. Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  делит сторону  $CD$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины угла  $C$ . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен  $84$  см.
22. В параллелограмме  $ABCD$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ . Высота  $BE$  делит сторону  $AD$  в отношении  $3 : 8$ , считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен  $68$  см.
23. Два угла параллелограмма относятся как  $1 : 5$ . Найдите угол между высотами параллелограмма, проведёнными из вершины острого угла.
24. В параллелограмме  $ABCD$  проведены высоты  $BM$  и  $BK$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BM = 6$  см,  $BK = 9$  см,  $\angle ADC = 150^\circ$ .
25. На основании равнобедренного треугольника отмечена произвольная точка и через неё проведены прямые, параллельные его боковым сторонам. Найдите периметр

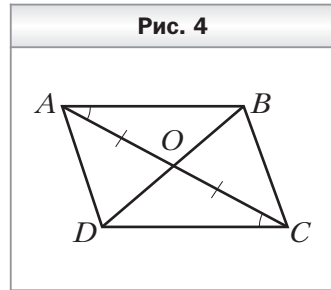
полученного параллелограмма, если боковая сторона равнобедренного треугольника равна 6 см.

26. Постройте параллелограмм  $ABCD$ , если заданы точки  $M, N$  и  $K$  — середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно.
27. Постройте параллелограмм  $ABCD$ , если заданы его вершины  $A$  и  $B$  и точка  $O$  — точка пересечения диагоналей параллелограмма.

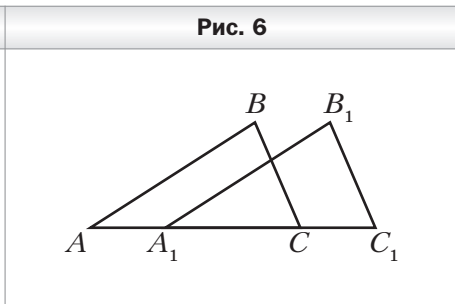
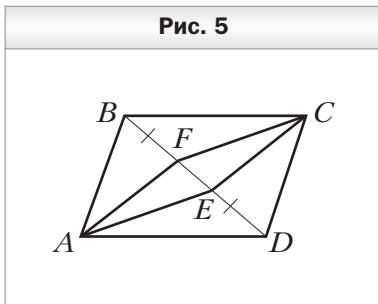
Признаки параллелограмма

28. В четырёхугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  равны. Какому условию должны удовлетворять стороны  $BC$  и  $AD$ , чтобы четырёхугольник  $ABCD$  был параллелограммом?

29. В четырёхугольнике  $ABCD$  (рис. 4)  $AO = OC, \angle BAC = \angle ACD$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.

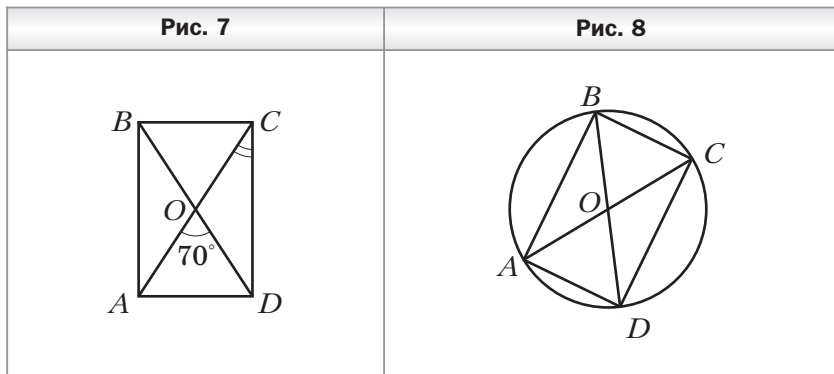


30. На рисунке 5 четырёхугольник  $AFCE$  — параллелограмм. На прямой  $FE$  отметили точки  $B$  и  $D$  так, что  $FB = ED$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  — параллелограмм.
31. На рисунке 6  $AB = A_1B_1, BC = B_1C_1, AC = A_1C_1$ . Найдите отрезок  $BB_1$ , если  $AC_1 = 18$  см,  $A_1C = 10$  см.



### Прямоугольник

- 32.** Диагонали прямоугольника  $ABCD$  (рис. 7) пересекаются в точке  $O$ ,  $\angle AOD = 70^\circ$ . Найдите угол  $OCD$ .
- 33.** Диагонали прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $ABD$ , если он на  $30^\circ$  больше угла  $COD$ .
- 34.** В окружности с центром  $O$  проведены диаметры  $AC$  и  $BD$  (рис. 8). Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  является прямоугольником. Найдите отрезок  $BC$ , если  $AC = 18$  см,  $\angle ABD = 30^\circ$ .



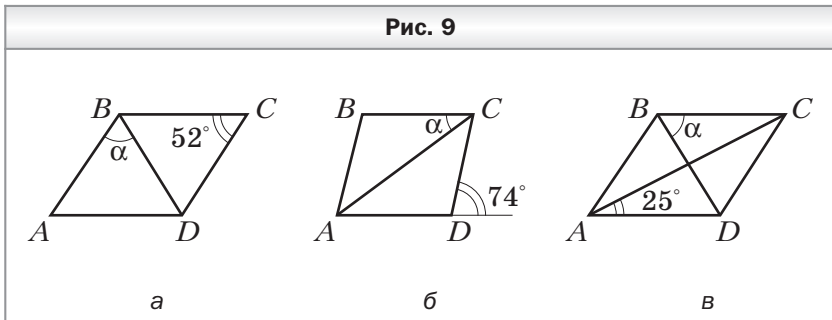
- 35.** Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Биссектриса угла  $AOD$  пересекает сторону  $AD$  в её середине. Докажите, что  $ABCD$  — прямоугольник.
- 36.** Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его большей стороны на 5 см меньше, чем расстояние до меньшей стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 44 см.
- 37.** Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его двух соседних сторон равна 27 см. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 4 : 5.
- 38.** Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, на 6 см меньше гипотенузы. Найдите медиану, проведённую к гипотенузе.



39. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = 10$  см,  $\angle A = 20^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ . Найдите медиану треугольника, проведённую к стороне  $AB$ .
40. В окружности проведены перпендикулярные хорды  $AB$  и  $BC$ . Длина отрезка, соединяющего середины этих хорд, равна 8 см. Найдите расстояние от центра окружности до точки  $B$ .

Ромб

41. На рисунке 9 четырёхугольник  $ABCD$  — ромб. Найдите угол  $\alpha$ .



42. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна  $20^\circ$ .
43. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как 4 : 5.
44. Угол между высотами  $BM$  и  $BN$ , проведёнными из вершины  $B$  ромба  $ABCD$ , равен  $48^\circ$ . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
45. Угол между высотой и диагональю ромба, проведёнными из вершины тупого угла, равен  $42^\circ$ . Найдите углы ромба.
46. Высота ромба, проведённая из вершины его тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найдите сторону ромба, если его меньшая диагональ равна 16 см.
47. Биссектриса угла  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $CD$  в точке  $M$ . Серединный перпендику-

ляр отрезка  $BM$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $N$ . Найдите периметр четырёхугольника  $BCMN$ , если  $BN = 8$  см.

### Квадрат

48. Докажите, что прямоугольник, диагонали которого перпендикулярны, является квадратом.
49. Точка пересечения диагоналей квадрата удалена от его сторон на 8 см. Найдите периметр квадрата.
50. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 12$  см. Две стороны квадрата  $CMKN$  лежат на катетах треугольника  $ABC$ , а вершина  $K$  принадлежит гипотенузе  $AB$ . Найдите сторону квадрата.
51. Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна 18 см. Квадрат построен так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие — на катетах данного треугольника. Найдите сторону квадрата.
52. На продолжении стороны  $AD$  квадрата  $ABCD$  за точку  $A$  отметили точку  $F$  такую, что луч  $CF$  делит угол  $DCB$  в отношении 1 : 2. Найдите отрезок  $CF$ , если сторона квадрата равна 4 см.
53. Постройте квадрат по его периметру.

### Средняя линия треугольника

54. Найдите средние линии треугольника, если его стороны равны 8 см, 14 см и 18 см.
55. Могут ли средние линии треугольника быть равными 1 см, 5 см и 7 см?
56. Периметр треугольника равен 18 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
57. Периметр треугольника равен 60 см, а его стороны относятся как 3 : 5 : 7. Найдите стороны треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.

58. Диагонали четырёхугольника равны 2 см и 5 см, а угол между ними —  $42^\circ$ . Найдите стороны и углы четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.
59. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон четырёхугольника, диагонали — перпендикулярны.
60. Четырёхугольник, вершины которого — середины сторон данного четырёхугольника, является ромбом. Докажите, что диагонали данного четырёхугольника равны.
61. Точки  $M$ ,  $K$ ,  $N$  и  $P$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  и диагоналей  $AC$  и  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  соответственно. Найдите сторону  $MN$  четырёхугольника  $MNKP$ , если  $PK = 10$  см.
62. На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены такие точки  $M$  и  $K$  соответственно, что  $BM : MA = BK : KC = 1 : 3$ . Найдите сторону  $AC$ , если  $MK = 7$  см.

### Трапеция

63. Два угла трапеции равны  $32^\circ$  и  $143^\circ$ . Найдите два других её угла.
64. Найдите углы равнобокой трапеции, если разность её противолежащих углов равна  $86^\circ$ .
65. В прямоугольной трапеции тупой угол в 5 раз больше острого. Найдите углы трапеции.
66. Высота равнобокой трапеции, проведённая из вершины тупого угла, образует с боковой стороной угол  $17^\circ$ . Найдите углы трапеции.
67. Найдите среднюю линию трапеции, если её основания равны 6 см и 11 см.
68. Одно из оснований трапеции равно 7 см, а средняя линия — 11 см. Найдите второе основание трапеции.
69. Средняя линия трапеции равна 19 см, а одно из оснований меньше другого на 6 см. Найдите основания трапеции.