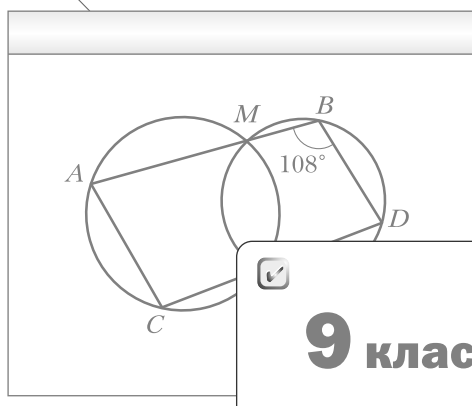


Геометрия

Дидактические материалы



9 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций

3-е издание, стереотипное



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2020

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
М52

Мерзляк, А.Г.

М52 Геометрия : 9 класс : дидактические материалы : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11546-5

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Они используются в комплекте с учебником «Геометрия. 9 класс» (авторы А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-360-11546-5

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2015
© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2015

От авторов

Данное пособие вместе с учебником входят в учебно-методический комплект «Геометрия. 9 класс» авторов А.Г. Мерзляка и др.

Раздел «Упражнения» состоит из трёх однотипных вариантов по 306 задач в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для самостоятельных проверочных работ. Наличие к каждому типу задач ещё двух аналогичных заданий (по вариантам) позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Раздел «Контрольные работы» содержит примерные контрольные работы.

Упражнения

Вариант 1

Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

- Чему равен:
 - $\sin(180^\circ - \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{1}{4}$;
 - $\cos(180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,1$;
 - $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 8$;
 - $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2}{7}$?
- Найдите значение выражения:
 - $3\sin 0^\circ + 4\cos 180^\circ$;
 - $\cos^2 110^\circ + \sin^2 110^\circ$;
 - $5\sin 90^\circ - 7\operatorname{ctg} 90^\circ$;
 - $\cos^2 40^\circ + \sin^2 140^\circ$.
- Найдите:
 - α , если $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ и $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;
 - $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$;
 - $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{9}$.
- Сравните с нулём значение выражения:
 - $\sin 115^\circ \operatorname{ctg} 160^\circ$;
 - $\sin 52^\circ \cos 90^\circ \operatorname{tg} 106^\circ$.
- Найдите значение выражения:
 - $\sin 120^\circ \cos 150^\circ \operatorname{tg} 135^\circ$;
 - $2\cos^2 135^\circ + 6\sin 150^\circ - 4\operatorname{ctg} 90^\circ \cos 141^\circ$.
- Найдите значение выражения, не пользуясь таблицами и калькулятором:
 - $\frac{\sin 34^\circ}{\sin 146^\circ} + \frac{\operatorname{tg} 98^\circ}{\operatorname{tg} 82^\circ}$;
 - $\frac{\cos 118^\circ}{\cos 62^\circ} - \frac{\operatorname{ctg} 27^\circ}{\operatorname{ctg} 153^\circ}$.

Теорема косинусов

- Найдите сторону AC треугольника ABC , если:
 - $AB = 4$ см, $BC = 7$ см, $\angle B = 60^\circ$;
 - $AB = 5\sqrt{2}$ см, $BC = 4$ см, $\angle B = 135^\circ$.

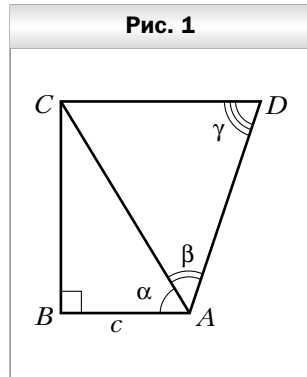
8. Найдите косинус большего угла треугольника, стороны которого равны 5 см, 8 см и 11 см.
9. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны:
1) 3 см, 4 см и 6 см; 3) 16 см, 30 см и 34 см.
2) 5 см, 6 см и 7 см;
10. Стороны параллелограмма равны 8 см и 10 см, а один из углов равен 60° . Найдите диагонали параллелограмма.
11. Две стороны треугольника равны 6 см и 9 см, а синус угла между ними равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Найдите третью сторону треугольника.
12. Центр окружности, вписанной в треугольник ABC , удалён на 2 см и на 5 см от вершин B и C соответственно. Найдите сторону BC , если $\angle A = 60^\circ$.
13. На сторонах AB и AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) отмечены соответственно такие точки D и E , что $BD = 2$ см, $CE = 1$ см. Найдите отрезок DE , если $AC = 4$ см, $BC = 2\sqrt{5}$ см.
14. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены соответственно такие точки D и E , что $AD = 3$ см, $EC = 6$ см. Найдите отрезок DE , если $AB = 8$ см, $BC = 12$ см, $AC = 10$ см.
15. Две стороны треугольника относятся как 3 : 5, а угол между ними равен 120° . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 45 см.
16. Две стороны треугольника равны 5 см и 7 см, а угол, противолежащий большей из них, — 120° . Найдите третью сторону треугольника.
17. Для сторон a , b и c треугольника выполняется равенство $c^2 = a^2 + b^2 + ab\sqrt{3}$. Докажите, что угол, противолежащий стороне c , равен 150° .
18. Стороны параллелограмма равны 14 см и 22 см, а его диагонали относятся как 6 : 7. Найдите диагонали параллелограмма.
19. Одна из сторон параллелограмма на 5 см больше другой, а его диагонали равны 17 см и 19 см. Найдите стороны параллелограмма.

20. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = 10$ см, $CD = 9$ см, $AD = 21$ см. Найдите диагональ BD , если около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
21. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AB = 8$ см, $BC = 5$ см, $CD = 10$ см, $AD = 12$ см. Найдите косинус угла A трапеции.
22. Стороны треугольника равны 9 см, 15 см и 16 см. Найдите биссектрису треугольника, проведённую из вершины его наибольшего угла.
23. Стороны треугольника равны 5 см, 9 см и 10 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его средней по длине стороне.
24. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 8 см, а медиана, проведённая к ней, — 6 см. Найдите основание треугольника.
25. Стороны треугольника равны $4\sqrt{2}$ см и 3 см, а угол между ними — 135° . Найдите медиану треугольника, проведённую к его третьей стороне.
26. В треугольнике ABC $AB = 7$ см, $BC = 9$ см. Найдите сторону AC и медиану BM , если $BM : AC = 2 : 7$.
27. Сторона треугольника равна 42 см, а медианы, проведённые к двум другим сторонам, — 30 см и 60 см. Найдите третью медиану треугольника.

Теорема синусов

28. В треугольнике ABC $BC = 5\sqrt{3}$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Найдите сторону AC .
29. В треугольнике ABC $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 135^\circ$. Найдите сторону AC .
30. Найдите угол C треугольника ABC , если:
- 1) $AC = 6$ см, $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$;
 - 2) $AB = 4\sqrt{6}$ см, $BC = 8$ см, $\angle A = 45^\circ$.
- Сколько решений в каждом случае имеет задача?
31. В треугольнике ABC $AB = 13$ см, $BC = 8$ см. Может ли $\sin A$ быть равным $\frac{2}{3}$?

32. В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $\angle C = 30^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
33. Сторона треугольника равна 16 см, а радиус окружности, описанной около треугольника, — $8\sqrt{2}$ см. Чему равен угол треугольника, противолежащий данной стороне?
34. Две стороны треугольника равны $3\sqrt{2}$ см и 4 см. Найдите третью сторону треугольника, если она относится к радиусу описанной окружности как $\sqrt{2} : 1$.
35. В треугольнике ABC $\angle A = 54^\circ$, $\angle B = 66^\circ$, отрезок AK — высота треугольника. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен $4\sqrt{3}$ см.
36. В треугольнике ABC $BC = a$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$. Найдите стороны AC и AB .
37. На рисунке 1 $AB = c$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$, $\angle D = \gamma$. Найдите отрезок AD .
38. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен α , а биссектриса угла при основании равна m . Найдите стороны треугольника.
39. В треугольнике ABC провели биссектрису BD . Найдите стороны треугольника ABC , если $BD = m$, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$.
40. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если радиус окружности, описанной около треугольника AHB , равен 9 см.
41. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 12 см и боковой стороной 10 см.
42. Основания равнобокой трапеции равны 5 см и 21 см, а боковая сторона — 17 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.



43. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если её боковая сторона равна $5\sqrt{2}$ см.
44. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла, а основания относятся как 5 : 11. Найдите диагональ трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен 6 см.
45. На стороне AB треугольника ABC отметили точку D . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ADC , если радиус окружности, описанной около треугольника BDC , равен 12 см, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см.

Решение треугольников

46. Найдите неизвестные стороны и углы треугольника ABC , если:
- 1) $AC = 8$ см, $\angle B = 48^\circ$, $\angle C = 56^\circ$;
 - 2) $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $\angle B = 110^\circ$;
 - 3) $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см;
 - 4) $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $\angle A = 100^\circ$;
 - 5) $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $\angle A = 40^\circ$;
 - 6) $AB = 6$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 20^\circ$;
 - 7) $AB = 6$ см, $BC = 3$ см, $\angle A = 40^\circ$.
47. В треугольнике ABC $AB = BC = 6$ см, $\angle B = 40^\circ$. Найдите: 1) сторону AC ; 2) высоту AD ; 3) медиану AM ; 4) биссектрису BK ; 5) радиус описанной окружности треугольника ABC ; 6) радиус вписанной окружности треугольника ABC .
48. Диагональ равнобокой трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) равна 4 см, $\angle CDB = 36^\circ$, $\angle BDA = 48^\circ$. Найдите: 1) стороны трапеции; 2) радиус окружности, описанной около треугольника BDC .
49. Большая сторона треугольника равна 6 см, а вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, градусные меры которых относятся как 1 : 4 : 7. Найдите неизвестные стороны треугольника.

50. Меньшая сторона треугольника равна 4 см. В треугольник вписана окружность, которая делится точками касания со сторонами на дуги, градусные меры которых относятся как 3 : 8 : 9. Найдите неизвестные стороны треугольника.

Формулы для нахождения площади треугольника

51. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 см и 7 см, а угол между ними равен: 1) 30° ; 2) 120° .
52. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 14 см, а угол между ними — 150° .
53. Стороны параллелограмма равны 6 см и 8 см. Может ли его площадь быть равной 49 см^2 ?
54. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $7\sqrt{2}$ см, а один из углов — 135° .
55. Две стороны треугольника равны 4 см и 8 см. Может ли его площадь быть равной: 1) 12 см^2 ; 2) 18 см^2 ?
56. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 120° , а его площадь — $150\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите боковую сторону треугольника.
57. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O (рис. 2), $AO = OB$, $CO = 3$ см, $OD = 5$ см. Найдите отношение площадей треугольников AOC и DOB .
58. На сторонах угла A отложены отрезки $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AD = 6$ см и $DE = 2$ см (рис. 3). Найдите отношение площадей треугольника ABD и четырёхугольника $BCED$.

Рис. 2

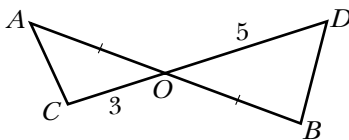
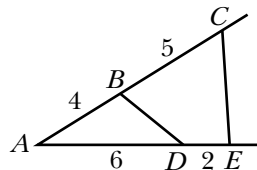


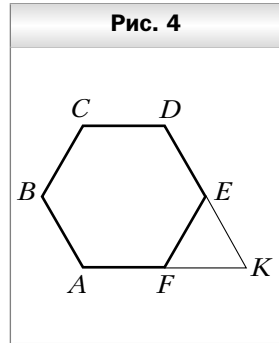
Рис. 3



59. Найдите площадь треугольника со сторонами 3 см, 25 см и 26 см.
60. Три окружности, радиусы которых равны 12 см, 14 см и 16 см, попарно касаются друг друга внешним образом. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.
61. Стороны треугольника равны 9 см, 10 см и 17 см. Найдите наименьшую высоту треугольника, радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.
62. В треугольник со сторонами 26 см, 15 см и 37 см вписана окружность, центр которой соединён с вершинами треугольника. Найдите площади трёх образовавшихся треугольников.
63. Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки длиной 5 см и 6 см. Меньшая из двух других сторон равна 15 см. Найдите площадь треугольника.
64. Углы ромба относятся как 1 : 3, а его сторона равна 8 см. Найдите площадь ромба.
65. Площадь прямоугольника равна $16\sqrt{3}$ см², а угол между его диагоналями — 60° . Найдите стороны прямоугольника.
66. Диагонали четырёхугольника равны 4 см и 8 см, а угол между ними — 30° . Найдите площадь четырёхугольника.
67. Диагонали четырёхугольника равны 5 см и 8 см, а его площадь — $10\sqrt{3}$ см². Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.
68. Катет равнобедренного прямоугольного треугольника равен 4 см. На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены квадраты. Найдите площадь шестиугольника, вершинами которого являются вершины квадратов, не принадлежащих данному треугольнику.
69. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M . Площади треугольников AMB , BMC и CMD соответственно равны 6 см², 4 см² и 8 см². Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.
70. В окружность вписан четырёхугольник, стороны которого последовательно равны 3 см, 5 см, 8 см и 10 см. Найдите площадь четырёхугольника.

Правильные многоугольники и их свойства

71. Найдите углы правильного пятиугольника.
72. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если: 1) его угол равен 168° ; 2) угол, смежный с углом многоугольника, равен 18° .
73. На рисунке 4 изображён правильный шестиугольник $ABCDEF$, K — точка пересечения прямых DE и AF . Найдите угол AKD .
74. Определите количество сторон правильного многоугольника, если угол, смежный с углом многоугольника, составляет $\frac{2}{3}$ угла многоугольника.
75. Найдите центральный угол правильного тридцатиугольника.
76. Центральный угол правильного многоугольника равен 15° . Найдите количество сторон многоугольника.
77. Пусть a_3 — сторона правильного треугольника, R и r — соответственно радиусы описанной около него и вписанной в него окружностей. Заполните таблицу (размеры даны в сантиметрах).



a_3	R	r
$9\sqrt{3}$		
	$2\sqrt{3}$	
		4

78. Найдите радиусы описанной около правильного треугольника и вписанной в него окружностей, если их разность равна 8 см.
79. Найдите отношение площадей правильных треугольника и четырехугольника, стороны которых равны.